<u>Innehållsförteckning</u>

Mekanik – Kinematik
– Newtons lagar för "partiklar"

Värmelära

Vågfysik – Mekaniska
– Elektromagnetiska (ljus)

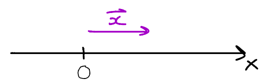
Mekanik – Stela kroppar

Kinematik // Rörelselära

läge: x eller y

hastighet (fart): $\bar{v}$ vektor (v) fart är en skalär Hastighet: velocity, fart: speed

acceleration: $\bar{a}$, a



$\bar{V} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$ (momentanhastighet)

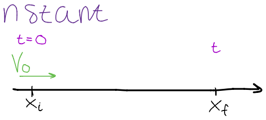
Gbg Sthlm

Medelfart = $\frac{\text{total sträcka}}{\text{total tid}} = \frac{s}{t}$

I vårt fall: $\frac{s+s}{\frac{s}{v_1}+\frac{s}{v_2}} = \frac{2s}{\frac{v_2 \cdot s + v_1 \cdot s}{v_1 v_2}} = \frac{2 v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2} = \frac{2 \cdot 100 \cdot 50}{150} \approx 66$

Härledning

gäller om a är konstant



<u>$X_f - X_i = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$</u>

$V = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = V \cdot dt$
$V = V_0 + at$
$\Big\} \; dx = (V_0 + at)dt$

$\int_i^f dx = \int_i^f (V_0 + at)\,dt = \int_i^f V_0 \cdot dt + a \int_i^f t\,dt$

$X_f - X_i = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$

<u>$V_f^2 - V_i^2 = 2as$</u>

$V = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dt = \frac{dx}{V}$
$dv = a \cdot dt$
$\Big\} \; dv = a \cdot \frac{dx}{V} \Rightarrow V \cdot dv = a \cdot dx \Rightarrow \int_i^f v\,dv = \int_i^f a\,dx = a \int_i^f dx \Rightarrow \frac{1}{2}(V_f^2 - V_i^2) = a(x_f - x_i)$

Notis: a måste som sagt vara konstant, men a behöver inte vara positivt.

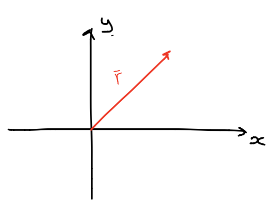
Bromssträcka

$V_i = 30 \frac{m}{s}$

$a = -6 \frac{m}{s}$

$0^2 - 30^2 = 2(-6)s \iff \frac{-900}{-12} = s = 80$

2 (och 3) dimensioner



Läge: r

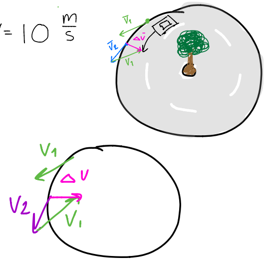
$\bar{V} = \frac{d\bar{r}}{dt}$

$\bar{a} = \frac{d\bar{V}}{dt}$

$\bar{r}_f - \bar{r}_i = \bar{V}_0 t + \frac{1}{2}\bar{a}\, t^2$

Cirkulära centralrörelser

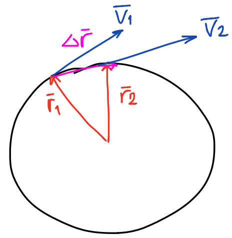
$v = 10 \frac{m}{s}$

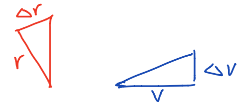


$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{\Delta\bar{v}}{\Delta t}$

$a \parallel \Delta v$

$\Delta\bar{v} = \bar{v}_2 - \bar{v}_1$





$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{r} \Rightarrow \Delta v = v \cdot \frac{\Delta r}{r}$

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v \cdot \Delta r}{r \cdot \Delta t} = \frac{v}{r} \cdot \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$

Konstant fart $\Rightarrow a = \frac{v^2}{r}$

Icke konstant fart $\Rightarrow a_r = \frac{v^2}{r}$

$a_t = \frac{dv}{dt}$

a_r: radiell acceleration, riktad inåt.

a_t: tangentiell acceleration, kan vara pos el. neg

$a_{tot} = \vec{a}_r + \vec{a}_t$

Newtons Lagar

1) Koordinatsystem som rör sig likformigt är ekvivalenta.

2) Kraft: $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$, $\vec{p} = m\vec{v}$ $\Rightarrow$ $\vec{F} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\frac{dm}{dt} = m \cdot a + \vec{v} \cdot \frac{dm}{dt}$ oftast noll

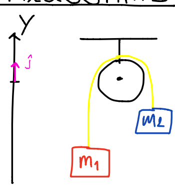
3) Krafter uppträder i par. $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

Krafter

- Tyngdkrafter
- Magnetiska krafter
- Elektriska krafter
- Svag växelverkande kraft
- Friktionskraft
- Normalkraft

Samma sorts krafter. Det handlar om vilket pespektiv man ser det ifrån.

Friläggning - Atwoods maskin



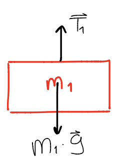
Givet
- Snöret är otänjbart och masslöst.
- Trissan är helt glad.

Sökt

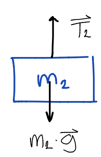
accelerationen

spännkraften: T

Friläggning



$\vec{T}_1 + m_1\vec{g} = m_1 \cdot \vec{a}_1$



$\vec{T}_2 + m_2 \cdot g = m_2 \cdot \vec{a}_2$

Snörets otänjbarhet $\Rightarrow a_1 = -a_2$, om den ena åker upp åker den andra ner.

Trissan är helt glad $\Rightarrow T_1 = T_2 = T$

$T - m_1 \cdot g = m_1 \cdot a_1$ $\qquad$ $T - m_2 \cdot g = m_2(-a_1)$

a_1

$T - m_1 \cdot g = m_1 a_1$

$-T + m_2 \cdot g_2 = +m_2 a_1$

$(m_2 - m_1)g = (m_1 + m_2)a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \cdot g$

T

$T - m_1 \cdot g = m_1 \cdot a_1$

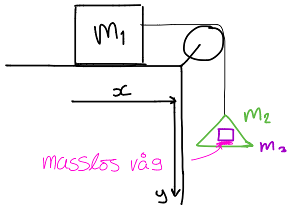
$T - m_2 \cdot g = -m_2 \cdot a_1$

$m_2 \cdot T - m_1 m_2 g = m_1 m_2 a_1$

$m_1 \cdot T - m_1 m_2 g = -m_1 m_2 a_1$

$\Rightarrow T(m_1 + m_2) = 2m_1 m_2 g \Rightarrow T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot g$

Bordet



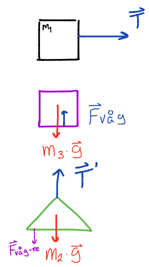
Givet

$m_1 = 2.0$ kg
$m_2 = 3.0$ kg
$m_3 = 1.0$ kg

Sökt

a
"den masslösa vågens utslag"

Frilägg



$\vec{T} = m_1 \cdot \vec{a} \Rightarrow T = m_1 \cdot a$

$m_3 \cdot \vec{g} + \vec{F}_{våg} = m_3 \vec{a}_3 \Rightarrow m_3 \cdot g - F_{våg} = m_3 a$

$m_2 + \vec{g} + \vec{T}' + \vec{F}_{våg\text{-}re} = m_2 \cdot \vec{a}_2 \Rightarrow m_2 g - T + F_{våg} = m_2 a$

Obekanta: a, T, $F_{våg}$

Algebra $\Rightarrow a = \frac{m_2 + m_3}{m_1 + m_2 + m_3} \cdot g$

$F_{våg} = \frac{m_1 m_3}{m_1 + m_2 + m_3} \cdot g$

Innehållsförteckning

Mekanik - Kinematik
- Newtons lagar för "partiklar"

Värmelära

Vågfysik - Mekaniska
- Elektromagnetiska (ljus)

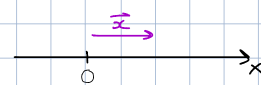
Mekanik - Stela kroppar

Kinematik // Rörelselära

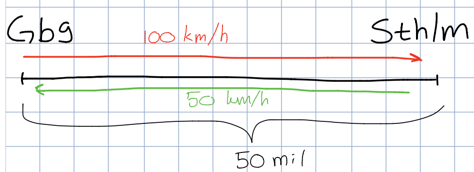
läge: x eller y

hastighet (fart): $\bar{v}$ vektor (v) fart är en skalär Hastighet: velocity, fart: speed

acceleration: $\bar{a}$, a



$\bar{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \bar{x}}{\Delta t} = \frac{d\bar{x}}{dt}$ (momentanhastighet)



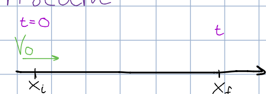
Medelfart $= \frac{\text{total sträcka}}{\text{total tid}} = \frac{s}{t}$

I vårt fall: $\frac{s+s}{\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}} = \frac{2s}{\frac{v_2 \cdot s + v_1 \cdot s}{v_1 \cdot v_2}} = \frac{2v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2} = \frac{2 \cdot 100 \cdot 50}{150} \approx 66$

Härledning

gäller om a är konstant

$x_f - x_i = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2$



$$\left.\begin{array}{l} v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v \cdot dt \\ v = v_0 + at \end{array}\right\} dx = (v_0 + at)dt$$

$$\int_i^f dx = \int_i^f (v_0 + at)\,dt = \int_i^f v_0 \cdot dt + a\int_i^f t\,dt$$

$$x_f - x_i = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2$$

$v_f^2 - v_i^2 = 2as$

$$\left.\begin{array}{l} v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dt = \frac{dx}{v} \\ dv = a \cdot dt \end{array}\right\} dv = a \cdot \frac{dx}{v} \Rightarrow v\,dv = a \cdot dx \Rightarrow \int_i^f v\,dv = \int_i^f a\,dx = a\int_i^f dx \Rightarrow \frac{1}{2}(v_f^2 - v_i^2) = a(x_f - x_i)$$

Notis: a måste som sagt vara konstant, men a behöver inte vara positivt.

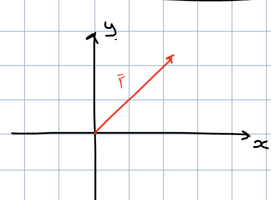
Bromssträcka

$v_i = 30 \frac{m}{s}$

$a = -6 \frac{m}{s}$

$0^2 - 30^2 = 2(-6)s \iff \frac{-900}{-12} = s = 80$

2 (och 3) dimensioner



Läge: r

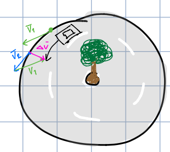
$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt}$

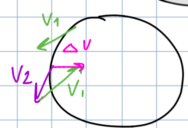
$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt}$

$\bar{r}_f - \bar{r}_i = \bar{v}_0 t + \frac{1}{2}\bar{a}t^2$

Cirkulära centralrörelser

$V = 10\ \frac{m}{s}$

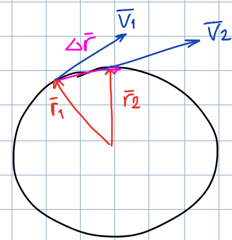


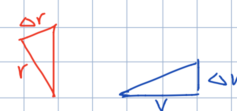


$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{\Delta\bar{v}}{\Delta t}$

$a \parallel \Delta V$

$\Delta\bar{V} = \bar{V}_2 - \bar{V}_1$





$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{r} \Rightarrow \Delta v = v \cdot \frac{\Delta r}{r}$

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v \cdot \Delta r}{r \cdot \Delta t} = \frac{v}{r} \cdot \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$

Konstant fart => $a = \frac{v^2}{r}$

Icke konstant fart => $a_r = \frac{v^2}{r}$

$a_t = \frac{dv}{dt}$

a_r: radiell acceleration, riktad inåt.

a_t: tangentiell acceleration, kan vara pos el neg

$\vec{a}_{tot} = \vec{a}_r + \vec{a}_t$

Newtons Lagar

1) Koordinatsystem som rör sig likformigt är ekvivalenta.

2) Kraft: $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$, $\vec{P} = m\vec{v}$ $\Big\}$ $\vec{F} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\frac{dm}{dt} = m \cdot a + \vec{v} \cdot \frac{dm}{dt}$

oftast noll

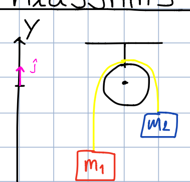
3) Krafter uppträder i par. $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

Krafter

Tyngdkrafter
Magnetiska krafter
Elektriska krafter
Svag växelverkande kraft
Friktionskraft
Normalkraft

Samma sorts krafter. Det handlar om vilket perspektiv man ser det ifrån.

Friläggning - Atwoods maskin



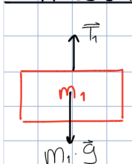
Givet

* Snöret är otänjbart och masslöst.
* Trissan är helt glad.

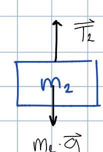
Sökt

accelerationen
spännkraften: T

Friläggning



$\vec{T}_1 + m_1\vec{g} = m_1 \cdot \vec{a}_1$



$\vec{T}_2 + m_2 \cdot g = m_2 \cdot \vec{a}_2$

Snörets otänjbarhet => $a_1 = -a_2$, om den ena åker upp åker den andra ner.

Trissan är helt glad => $T_1 = T_2 = T$

$T - m_1 \cdot g = m_1 \cdot a_1$ $\qquad$ $T - m_2 \cdot g = m_2(-a_1)$

a_1

$T - m_1 \cdot g = m_1 a_1$

$-T + m_2 \cdot g_2 = +m_2 a_1$

$(m_2 - m_1)g = (m_1 + m_2)a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \cdot g$

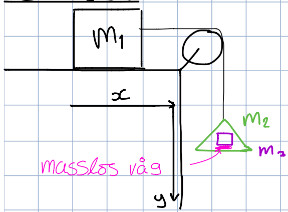
T

$T - m_1 \cdot g = m_1 \cdot a_1$

$T - m_2 \cdot g = -m_2 \cdot a_1$

$\left.\begin{aligned} m_2 \cdot T - m_1 m_2 g &= m_1 m_2 a_1 \\ m_1 \cdot T - m_1 m_2 g &= -m_1 m_2 a_1 \end{aligned}\right\} T(m_1 + m_2) = 2m_1 m_2 g \Rightarrow T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot g$

Bordet



Givet

$m_1 = 2.0$ kg

$m_2 = 3.0$ kg

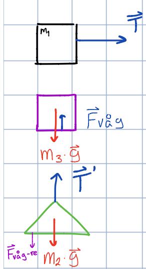
$m_3 = 1.0$ kg

Sökt

a

"den masslösa vågens utslag"

Frilägg



$$\vec{T} = m_1 \cdot \vec{a} \Rightarrow T = m_1 a$$

$$m_3 \cdot \vec{g} + \vec{F}_{våg} = m_3 \vec{a}_3 \Rightarrow m_3 \cdot g - F_{våg} = m_3 a$$

$$m_2 + \vec{g} + \vec{T}' + \vec{F}_{våg\text{-}re} = m_2 \cdot \vec{a}_2 \Rightarrow m_2 g - T + F_{våg} = m_2 a$$

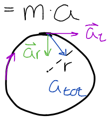
Obekanta: a, T, $F_{våg}$

Algebra $\Rightarrow$ $a = \frac{m_2 + m_3}{m_1 + m_2 + m_3} \cdot g$

$F_{våg} = \frac{m_1 m_3}{m_1 + m_2 + m_3} \cdot g$

Repetition

$F = m \cdot a$



$|\vec{a}_r| = \frac{v^2}{r}$ (alltid inåt mitten)

$|\vec{a}_t| = \frac{dv}{dt}$ (tecknet beror av riktning)

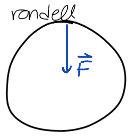
Ex

$v = 10\ \frac{m}{s}$

$r = 20\,m$ $\Rightarrow a_r = \frac{100}{20} = 5\ \frac{m}{s^2}$

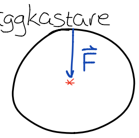
Om vi ökar hastigheten med $3\ \frac{m}{s^2}$ $\Rightarrow a_t = +3\ \frac{m}{s^2}$ $\Rightarrow a_{tot} = \sqrt{34}\ \frac{m}{s^2}$

Bil i rondell



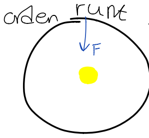
F är friktion.

Släggkastare



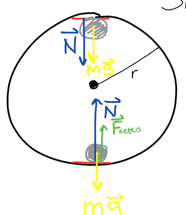
F är spännkraft.

Jorden runt solen



F är gravitation

Normalkraft



Snurra hink med stenar.

$r = 0.4\ m$

$v = 3\ \frac{m}{s}$

$m = 0.5\ kg$

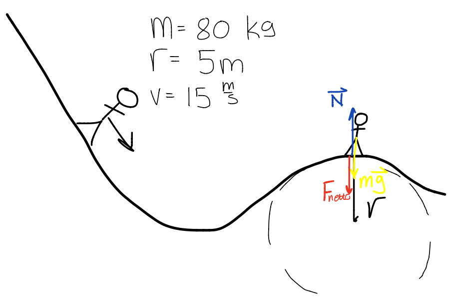
$g = 10\ \frac{m}{s^2}\ (9.81)$

$F_{netto} = m\frac{v^2}{r} = 11\ N$

Hink i botten $\begin{cases} mg = 5\,N \\ N = mg + m\frac{v^2}{r} = 5 + 0.5\cdot\frac{3^2}{0.4} = 16\,N \end{cases}$

Hink i botten $\begin{cases} mg = 5\,N \\ N = F_{netto} - mg = 6\,N \end{cases}$

F_{netto} är alltid lika stor. Eftersom mg är konstant måste N ändras.



$m = 80\ kg$

$r = 5\,m$

$v = 15\ \frac{m}{s}$

$mg = 800\ N$

$m\frac{v^2}{r} = 80\cdot\frac{225}{5} = 3600\ N$

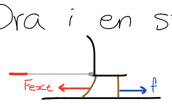
Ändra v: $3\ \frac{m}{s} \Rightarrow \frac{mv^2}{r} \approx 160\ N = F_{netto}$: alltid riktad mot centrum!

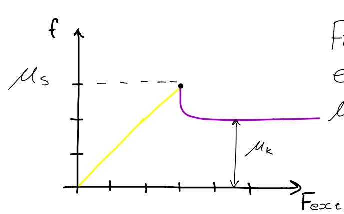
$F_{netto} = N + mg \Rightarrow N = F_{netto} - mg = 160 - 800 = -640$

N är alltså motriktad F_{netto} och har beloppet 640.

Friktion

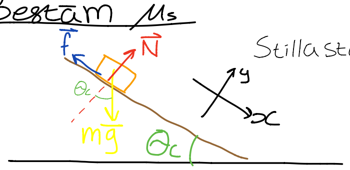
Dra i en stol.





För att få kraften som erfodras för att flytta ett objekt: $\mu_s \cdot N$ för att få igång rörelsen och $\mu_k \cdot N$ för att bibehålla den.

Bestäm μ_s



Stillastående $\Rightarrow \sum_{\text{all } i} \vec{F}_i = 0$

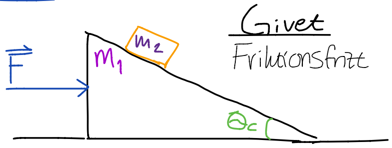
$X: mg \cdot \sin\theta_c = f$

$Y: mg \cdot \cos\theta_c = N$

$f = \mu_s \cdot N$ ty fullt utvecklad friktion vid kritisk vinkel.

$\frac{x}{y} \Leftrightarrow \frac{\cancel{mg} \cdot \sin\theta_c}{\cancel{mg} \cdot \cos\theta_c} = \frac{\cancel{N}\mu_s}{\cancel{N}} \Leftrightarrow \frac{\sin\theta_c}{\cos\theta_c} = \mu_s\,,\quad \mu_s = \tan\theta_c$

Ex



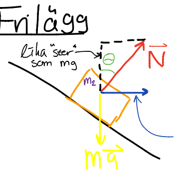
Givet

Friktionsfritt

Sökt

Hur hårt måste vi putta för att lådan inte ska röra sig.

Frilägg



$N \cdot \cos\theta = mg \Rightarrow N = \frac{mg}{\cos\theta}$

$N \cdot \sin\theta = m_2 \cdot a = F_{netto}$

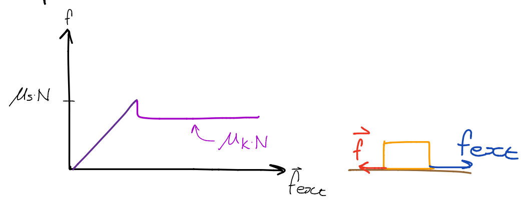
$\frac{mg}{\cos\theta} \cdot \sin\theta = ma$

Kraften vi söker

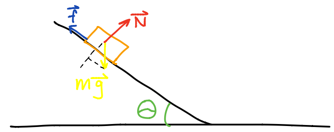
$\vec{F} = (m_2 + m_1)a \Rightarrow a = \frac{F}{m_1 + m_2}$

$\cancel{m_2}g \cdot \tan\theta = \cancel{m_2} \frac{F}{m_1 + m_2} \Rightarrow F = (m_1 + m_2)g \cdot \tan\theta$

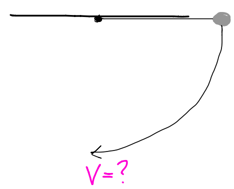
Repetition



Ex



Pendel

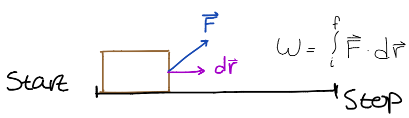


Man kan använda det vi redan lärt oss: $F=ma$ men det finns bättre sätt.

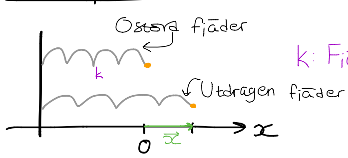
Arbete-Energi

Kraft: $\vec{F}$ $\qquad dW \equiv \vec{F} \cdot d\vec{r}$

$$W = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r}$$



Hookfjäder



k: Fjäderkonstanten $[\frac{N}{m}]$, $\vec{F} = -k \cdot \vec{x}$ (Återförande kraft)

Arbete när vi går från $x_i \to x_f$.

$$\left.\begin{array}{l} W_f = \int_i^f \vec{F}_f \cdot d\vec{x} \\ \vec{F}_f = -k(x\hat{\imath}) \\ d\vec{x} = dx \cdot \hat{\imath} \end{array}\right\} W_f = \int_{x_i}^{x_f} -(kx\hat{\imath}) \cdot (dx\,\hat{\imath}) = -k \int_{x_i}^{x_f} x \cdot dx (\hat{\imath} \cdot \hat{\imath}) = -k \int_{x_i}^{x_f} x\,dx = -k \cdot \frac{1}{2}(x_f^2 - x_i^2) = \frac{1}{2}k(x_i^2 - x_f^2)$$

Om förflyttningen och kraften är: motriktade => neg W
Parallella => pos W

Kul?

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$\frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$: fjäderkraft

$mgy_i - mgy_f$: tyngdkraft

potentiell energi mellan två laddningar

......

$$= \underbrace{\int \vec{F} \cdot dx}_{1\,\text{dim}}^{\overset{W}{\shortparallel}} = \int_i^f ma \cdot dx = \int_i^f m \frac{dv}{dt} \cdot dx = \int_i^f m\,dv \overset{v}{\frac{dx}{dt}} = m \int_i^f v \cdot dv = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$\frac{1}{2}mv^2$: Kinetisk energi : K

Fjäder: $\frac{1}{2}kx^2$ = Potentiell energi: U

$$\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{1}{2}kx_f^2 = \frac{1}{2}mv_i^2 + \frac{1}{2}kx_i^2$$

$$\Leftrightarrow$$

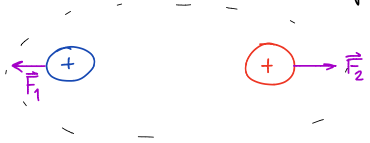
$$-\Delta U = \Delta K \Rightarrow \Delta U + \Delta K = 0$$

Rörelsemängd

En partikel: $\vec{P} = m\vec{v}$ $\qquad$ $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \Rightarrow d\vec{P} = 0$ om $\vec{F} = 0$

System av partiklar: $\vec{P} = \sum_{\text{all } i} m_i \vec{v}_i$

Växelverkan mellan två partiklar

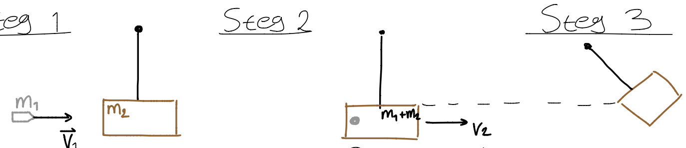


$$\frac{dP_1}{dt} = \vec{F}_1, \quad \frac{dP_2}{dt} = \vec{F}_2 \Rightarrow \frac{dP_1}{dt} + \frac{dP_2}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$$

Slutsats: Totala rörelsemängden för ett slutet system bevaras.

Gevärskula

Steg 1 $\qquad$ Steg 2 $\qquad$ Steg 3



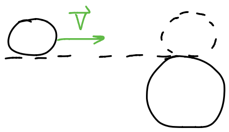
$P_f = (m_1 + m_2)V_2$

$$\frac{1}{2}(m_1+m_2)V_2^2 = (m_1+m_2)gh \Rightarrow V_2 = \frac{2(m_1+m_2)gh}{m_1+m_2}$$

mek. energi bevaras $\Rightarrow V_2 = \sqrt{2gh}$

$$mV_1 = (m_1+m_2)V_2 \Rightarrow V_1 = \frac{m_1+m_2}{m_1} \cdot V_2$$

Hockeypuckar



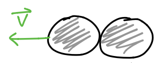
Puckarna kommer rotera på ett visst sätt - hur?

Kollisioner

Det finns två sorters kollisioner: Elastiska och icke-elastiska.

Icke-elastisk

Före: $\vec{P}_{tot} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$



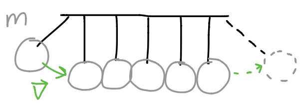
Efter: $\vec{P}_{tot} = (m_1+m_2)\vec{V}$

$\vec{P}$ bevaras $\Rightarrow$ $\vec{V} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2}$

Siffror: $m_1 = 2$ kg , $v_1 = +3\,\frac{m}{s}$ $\Rightarrow$ $V = \frac{2\cdot 3 - 5\cdot 4}{2+5} = \frac{6-20}{7} = \frac{-14}{7} = -2\,\frac{m}{s}$

$m_2 = 5$ kg , $v_2 = -4\,\frac{m}{s}$

Newtons vagga - Elastiskt

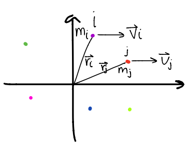


Varför kan inte två kulor åka ut med $v = \frac{v}{2}$?

$P_i = mv$, $P_f = 2m\frac{v}{2}$ – Bevarad

$K_i = \frac{1}{2}mv^2$, $K_f = \frac{1}{2}(2m)\left(\frac{v}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\cdot m\frac{v^2}{2}$ – Icke bevarad !

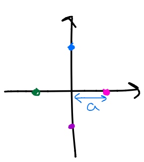
Tyngdpunkt



$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

$\vec{P} = \sum_{\text{all } i} m_i\vec{v}_i = \sum_{\text{all } i} m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{d}{dt}\sum_{\text{all } i}(m_i\vec{r}_i) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Def: Tyngdpunktens läge } \vec{R} \\ \vec{R} \equiv \frac{\sum m_i\vec{r}_i}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i\vec{r}_i}{M} \end{array} \right\} = \frac{d}{dt}(M\vec{R})$

Ex



$\vec{R} = \frac{\sum m\vec{r}_i}{4m}$

$R_x = \frac{\sum m\vec{r}_{ix}}{4m}$, $R_y = \frac{\sum m\vec{r}_{iy}}{4m}$

$R_x = \frac{0 + ma + 0 + m(-a)}{4m} = 0$

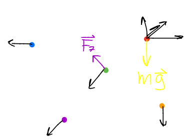
Icke konstant rörelsemängd

$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\frac{d}{dt}(M\vec{R})\right] = M\vec{a}_{cm}$

$\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 + \dots = \sum_{\text{all } i}\vec{P}_i$

$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d\vec{P}_1}{dt} + \frac{d\vec{P}_2}{dt} + \dots = \sum_{\text{all } i}\frac{d\vec{P}_i}{dt}$

$\frac{d\vec{P}_1}{dt}$ = Summan av alla krafter på punkt 1.

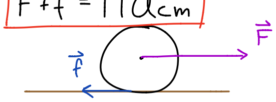


När vi summerar alla krafter för punkt 1 ser vi att alla inbördes krafter tar ut varandra.

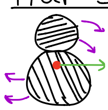
$$\boxed{\sum_{\text{all } i}\vec{F}_i^{\,ext} = M\vec{a}_{cm}}$$

Tyngdpunktens accelleration bestäms av summan av alla externa krafter.

$$\boxed{\vec{F} + \vec{f} = M\vec{a}_{cm}}$$



Hur snurrar nu puckarna?



Kring puckarnas gemensamma tyngdpunkt. Summan av alla externa krafter är noll och detta innebär att tyngdpunkten inte får rotera.

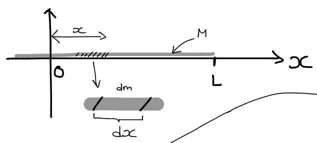
Pinne

Givet

En stav.

Sökt

Tyngdpunktens läge för en smal, jämntjock, homogen, stav.

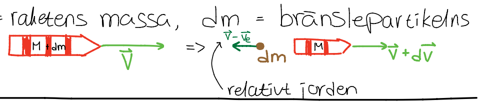


$$\vec{R} = \frac{\int_0^L x\,dm}{M} = \frac{\frac{M}{L}\int_0^L x\,dx}{M} = \frac{M}{ML}\frac{1}{2}\left[x^2\right]_0^L = \frac{1}{2L}\cdot L^2 = \frac{1}{2}\cdot L$$

Massan per längdenhet: $\frac{M}{L} = \frac{dm}{dx} \Rightarrow dm = \frac{M}{L}\cdot dx$

Raketekvation

M = raketens massa, dm = bränslepartikelns massa.



Rörelsemängden bevaras $\Rightarrow (M+dm)v = M(v+dv) + dm(v-v_e) \Rightarrow M\,dv = dm\cdot v_e = \left\{dm = -dM\right\} = M\cdot dv = -dM\cdot v_e \Rightarrow$

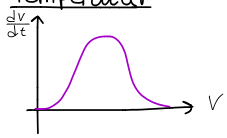
$$dv = -V_e\frac{dm}{M} \Rightarrow \int_i^f dv = -V_e\underbrace{\int_i^f \frac{dm}{M}}_{\ln\frac{M_f}{M_i}} \Rightarrow v_f - v_i = -V_e\cdot \ln\left(\frac{M_f}{M_i}\right) = V_e\cdot \ln\left(\frac{M_i}{M_f}\right)$$

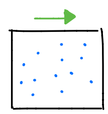
Värmelära - Termodynamik

Det erfodras 100 Joule för att värma upp mängden "m" vatten till t grader C.
Hur fort måste vi springa med koppen för att den kinetiska energin ska bli 100 J?

Svar: 1000 $\frac{m}{s}$ är för mycket men inte mycket för mycket.

Temperatur





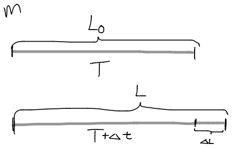
Temperatur är ett mått på ett systems genomsnittliga energi vid termisk jämvikt.

Temp: → °C $\Delta t = 1°C$; → K $\Delta T = 1\,K$

$\Delta t = \Delta T$ $T(K) = t(°C) + 273$

Längdutvidning

1 dim



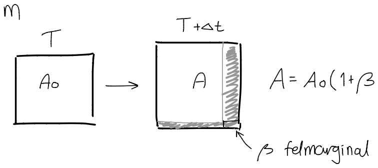
Stav med längd L_0.

$L = L_0(1 + \alpha \cdot \Delta T)$, $\alpha = 10^{-5}$, den linjära längdutvidningskoefficienten; K^{-1}

$\Delta t = 1°C$

$\Delta L = 1\,cm$

2 dim



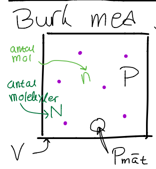
$A = A_0(1 + \beta \cdot \Delta T)$, $\beta \approx 2\alpha$

3 dim

$V = V_0(1 + \gamma \cdot \Delta T)$, $\gamma \approx 3\alpha$

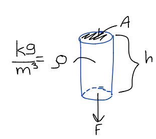
Gastermometer

Burk med gas



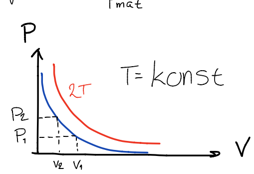
Volym: V : m^3

Tryck: P : N/m^2 = 1 Pa , 1 atm = $1.013 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}$



$F = (A \cdot h) \cdot \rho \cdot g$

$P = \frac{F}{A} = \rho g h$



T = konst

$P_1 \cdot V_1 = T$

$P_2 \cdot V_2 = T$

$P \cdot V = T$ (Boyles lag)

$P \cdot V = C_2 \cdot T$

$PV = konst(gasmängd)\,T$

Ideal-/allmänna gaslagen: $PV = nRT$

n: antalet mol

$R = 8.31 \frac{J}{mol \cdot K}$

$N = N_A \cdot n$

$N_A = 6.023 \cdot 10^{23}$

$PV = nRT$

P och T är lika stora oavsett om vi tar hela lådan eller bara en liten del.

Molekyltäthet   Boltsmans konstant: k_B

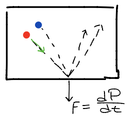
$k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$

$PV = \frac{N}{N_A} R \cdot T \Leftrightarrow P = \frac{N}{V} \cdot \frac{R}{N_A} T \Leftrightarrow P = \frac{N}{V} \cdot k_B T$

Kinetisk gasteori

Vad är temperatur? Allmänna gaslagen $\Rightarrow PV = nRT \Leftrightarrow T = \frac{PV}{nR}$

Vad är tryck?



Kraften kommer av ~~att~~ atomerna kolliderar med väggarna.

För enatomiga molekyler: $E_{medel} = \frac{3}{2} \cdot k_B \cdot T$, $\frac{1}{2} k_B \cdot T$ i medelenergi per frihetsgrad

För tvåatomiga molekyler: $E_{medel} = \frac{3+2}{2} k_B \cdot T$, men det är bara "$\frac{3}{2}$" som inverkar på trycket.

Repetition

$PV = nRT$, n = antal mol $= \frac{N}{N_A} = \frac{\text{Antal molekyler}}{\text{Avogadros tal}}$

$R = 8.31$

$k_B = \frac{R}{N_A}$ (Boltzman's konstant)

T mäts i kelvin

P mäts i $\frac{N}{m^2}$

V mäts i m^3

Enatom: $E_{medel} = \frac{3}{2} k_B T$

Tvåatom: $E_{medel} = \frac{\alpha}{2} k_B T$, α = antal frihetsgrader, beror av temperatur; men sånt begriper inte vi.

Här: $\alpha = 5$

Utvidgning: $L = L_0(1 + \alpha \cdot \Delta t)$

Stöttalet

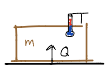
$n^* = \frac{1}{4} \cdot \frac{N}{V} \cdot \langle v \rangle$ ← medelfart

volym

Beskriver hur många stötar per kvadratmeter.

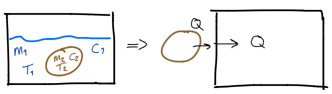
Specifikt värme

aka. Värmekapacitet



Energi

$Q = c \cdot m \cdot \Delta T$, $c\left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]$ $\quad c_{H_2O} = 4.18 \cdot 10^3 \frac{J}{kg \cdot K}$



Sluttemp, Starttemp

$Q = m_2 \cdot c_2 (T - T_2)$

$Q = m_1 c_1 (T_1 - T)$

Latent värme - L

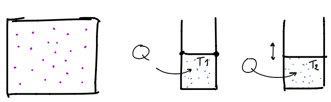
$Q = m \cdot L$, $L\left[\frac{J}{kg}\right]$

Smältvärme : $0.333 \cdot 10^6 \frac{J}{kg}$

Ångbildningsvärme: $2.26 \cdot 10^6 \frac{J}{kg}$ } För vatten

Molära spec. värmet - C

$Q = n \cdot C \cdot \Delta T$



$T_1 > T_2$, ty det erfodras energi för att lyfta locket.

C_V = volymen är konstant

C_P = Trycket är konstant

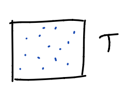
C_V för enatomig gas

$E_{medel} = \frac{3}{2} k_B T$

Sammanlagd energi ≡ Inre energi ≡ $E^{int} = N \cdot E_{medel} = N \cdot \frac{3}{2} \cdot k_B \cdot T = \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{N_A} \cdot N \cdot T = \frac{3}{2} nRT$

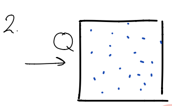
Vi håller volymen konstant och tillför energi Q: $Q = n C_V \Delta T$

1.



$E^{int} = \frac{3}{2} nRT$

2.



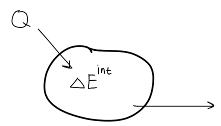
$Q = \Delta E^{int} = n \cdot \frac{3}{2} R \cdot \Delta T$

$C_V = \frac{3}{2} R$ för enatomig gas.

$C_V = \frac{5}{2} R$ för tvåatomig gas.

Termodynamikens första huvudsats

Om energi tillförs ledes det in energi i objektet.

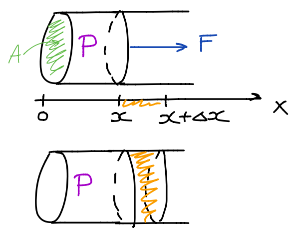


$Q = \Delta E^{int} + W_{gas}$ (alt. $Q + W_{omgivning} = \Delta E^{int}$)

Till fusklapp: $PV = nRT$

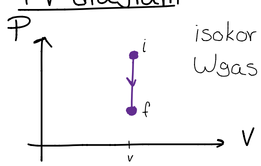
$Q = \Delta E^{int} + W_{gas}$

Wgas



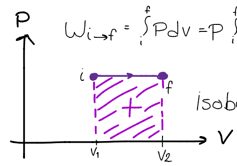
$dW_{gas} = F \cdot dx = (P \cdot A) dx = P(A \cdot dx) = P \cdot dV$

PV-diagram



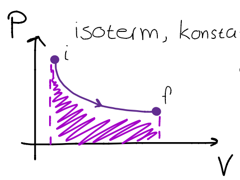
isokor ⇔ V är konstant

$W_{gas} = 0$, kolla "locket" ovan



$W_{i \to f} = \int_i^f P dv = P \int_i^f dv = P(V_f - V_i)$

isobar ⇔ P_{konst}



isoterm, konstant Temp

$dW_{gas} = P \cdot dV$

$PV = nRT \Rightarrow P = nRT \cdot \frac{1}{V}$

$W_{i \to f} = \int_i^f dW_{gas} = \int_i^f P dV = nRT \frac{1}{V} dv = nRT \int_i^f \frac{dV}{V} = nRT \cdot \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$

Repetition

$PV = nRT$

$Q = \Delta E^{int} + W_{gas}$

Enatomig gas: $E_{medel} = \frac{3}{2} k_B T$

$E^{int} = N \cdot \frac{3}{2} k_B \cdot T$

$\Delta E^{int} = N\left(\frac{3}{2} k_B\right)\Delta T = n\frac{3}{2}R\Delta T$

$C_V = \frac{3}{2}R \Rightarrow E^{int} = nC_V\Delta T$

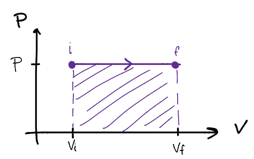
Ex

Mät temp i en gasbehållare.
Kasta kring behållaren.
Mät temp igen.

} Har den ändrats? Nej, se formel. Den gäller alltid, oavsett volym.

Isobar

Relation mellan C_V och C_P.



$W_{gas} = P(V_f - V_i)$

$\Delta E^{int} = nC_V(T_f - T_i)$

$Q = n \cdot C_P(T_f - T_i)$

$PV_i = nRT_i$

$PV_f = nRT_f$

$\underline{Q = \Delta E^{int} + W_{gas}}$

$nC_P(T_f - T_i) = nC_V(T_f - T_i) + P(V_f - V_i)$

$\cancel{n}C_P\cancel{(T_f - T_i)} = \cancel{n}C_V\cancel{(T_f - T_i)} + \cancel{n}R\cancel{(T_f - T_i)}$

$C_P = C_V + R$

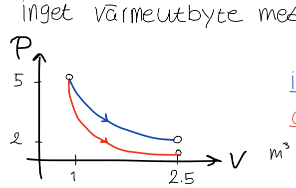
	C_V	C_P
1 atom	$\frac{3}{2}R$	$\frac{5}{2}R$
2 atom	$\frac{5}{2}R$	$\frac{7}{2}R$

$Q = nC\Delta T$ ← Välj C beroende av situation.

Adiabat

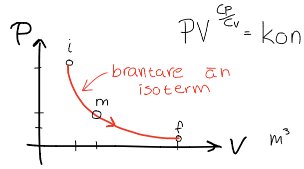
$Q = 0$

inget värmeutbyte med omgivningen (gör något slutsnabbt så kan vi försumma värmeutbytet)



isoterm
adiabat

Gasen uträttar ett arbete, men Q=0 medför att den inre energin "betalar" för detta arbete.



$PV^{\frac{C_P}{C_V}} = \text{konst} \Rightarrow P_iV_i^{\frac{C_P}{C_V}} = P_mV_m^{\frac{C_P}{C_V}} = P_fV_f^{\frac{C_P}{C_V}}$, inför $\gamma = \frac{C_P}{C_V} \Rightarrow PV^{\gamma} = \text{konst}$

Temp är ett mått på den inre energin.

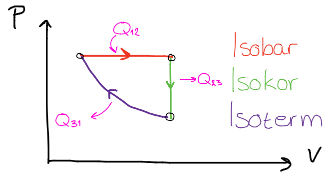
Nu har vi gått igenom fyra idealiserade processer och nedan följer en sammanfattning:

	Isokor	Isobar	Isoterm	Adiabat
W_{omg}	0	$-p(V_i - V_f)$	$\pm nRT\ln\frac{V_f}{V_i}$	$-nC_V(T_f - T_i)$
Q	$nC_V(T_f - T_i)$	$nC_P(T_f - T_i)$	$nRT\ln\frac{V_f}{V_i}$	0
ΔE_{int}	$nC_V(T_f - T_i)$	$nC_V(T_f - T_i)$	0	$nC_V(T_f - T_i)$

W_{gas} (byt tecken)

1:a huvudsatsen: $\Delta E_{int} = Q + W_{omg} \Leftrightarrow Q = \Delta E^{int} + W_{gas}$

Kretsprocesser

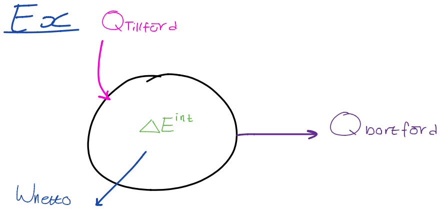


Verkningsgrad för process: e (ibland η): $e \equiv \dfrac{\sum W_{i,gas}}{\sum Q_{i,pos}} = \dfrac{W_{1\to2} + \overbrace{W_{2\to3}}^{=0} + W_{3\to1}}{Q_{12}}$

Alla "positiva Q"

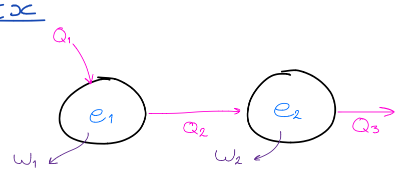
(Alternativ: $Q_{1\to2}$, $Q_{2\to3}$, $Q_{3\to1}$)

Ex

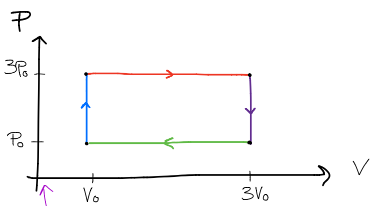


$W_{netto} = Q_{tillförd} - |Q_{bortförd}| = Q_{tillförd} + Q_{bortförd}$ $\qquad e = \dfrac{\sum W_i}{\sum Q_{i,pos}} = \dfrac{\sum Q_i}{\sum Q_{i,pos}}$

Ex



e_{tot} = Se nästa dokument

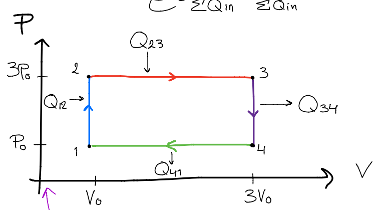


Tumregel: Nära origo ⇔ låg temperatur

~~efter lunch~~

Recap

$$e = \frac{\sum U}{\sum Q_{in}} = \frac{\sum Q}{\sum Q_{in}}$$



Tumregel: Nära origo $\Leftrightarrow$ låg temperatur

Ex

Enatomig gas: $C_V = \frac{3}{2}R$, $C_P = \frac{5}{2}R$

$PV = nRT$

$Q = \Delta E^{int} + W_{gas}$

Q_{12}: Positiv ty temperaturen ökar

Q_{23}: ——— " ———

Q_{34}: negativ, temp minskar

Q_{41}: ——— " ———

$$e = \frac{W_{23} + W_{41}}{Q_{12} + Q_{23}} = \frac{6P_0V_0 - 2P_0V_0}{nC_V(T_2 - T_1) + nC_P(T_3 - T_2)}$$

$Q_{12} = nC_V(T_2 - T_1)$

$Q_{23} = nC_P(T_3 - T_2)$

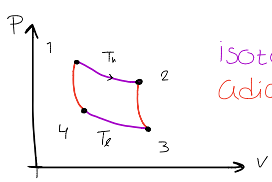
$W_{23} = \int_2^3 P \cdot dV = P \int_2^3 dV = 3P_0(V_3 - V_2) = 3P_0(3V_0 - V_0) = 6P_0V_0$

$W_{41} = P_0(V_0 - 3V_0) = -2P_0V_0$

$$\left.\begin{matrix} T_2 = 3T_1 \\ T_3 = 3T_2 \end{matrix}\right\} T_3 = 9T_1$$

$$\frac{6P_0V_0 - 2P_0V_0}{n\frac{3}{2}R(3T_1 - T_1) + n\frac{5}{2}R(9T_1 - 3T_1)} = \frac{4P_0V_0}{— \text{ " } —} = \frac{4nRT_1}{n\frac{3}{2}R2T_1 + n\frac{5}{2}R6T_1} = \frac{4}{3+15} = \frac{4}{18} = 0.22$$

Carnotprocess



isoterm : $W_{gas} = nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$

adiabat :

Plocka fram matrisen

$W_{12} = nRT_h \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

$Q_{12} = nRT_h \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

$W_{23} = -nC_V(T_\ell - T_h)$ (Ska va positiv, V ökar)

$Q_{23} = 0$

$W_{34} = nRT_\ell \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$

$Q_{34} = nRT_\ell \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$

$W_{41} = -nC_V(T_h - T_\ell)$

$Q_{41} = 0$

$$e = \frac{\cancel{nR}T_h \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + \cancel{nR}T_\ell \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)}{\cancel{nR}T_h \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)} =$$

$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$

$P_2 \cdot V_2^\gamma = P_3 \cdot V_3^\gamma$

$P_3V_3 = P_4V_4$

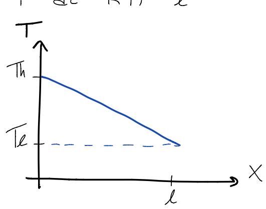
$\times \; P_4V_4^\gamma = P_1V_1^\gamma$

$$V_1V_2^\gamma V_3V_4^\gamma = V_2V_3^\gamma V_4V_1^\gamma \Leftrightarrow (V_2V_4)^{\gamma-1} = (V_1 \cdot V_3)^{\gamma-1} \Leftrightarrow V_2V_4 = V_1V_3 \Leftrightarrow \frac{V_4}{V_3} = \frac{V_1}{V_2} \Rightarrow \ln\frac{V_4}{V_3} = -\ln\frac{V_2}{V_1}$$

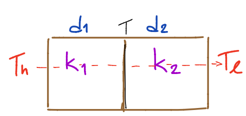
$$e = \frac{T_h \ln\frac{V_2}{V_1} + T_\ell\left(-\ln\frac{V_2}{V_1}\right)}{T_h \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)} = \frac{T_h - T_\ell}{T_h}$$

Värmeledning (Tänk på Kirchoff)

$$P = \frac{dQ}{dt} = k \cdot A \cdot \frac{T_h - T_\ell}{\ell}$$



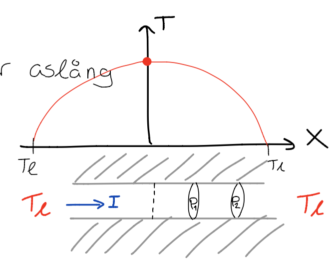
Värmeflöde genom tvärsnittes area



$$k_1 \cdot A \cdot \frac{T_h - T}{d_1} = k_2 \cdot A \frac{T - T_\ell}{d_2}$$

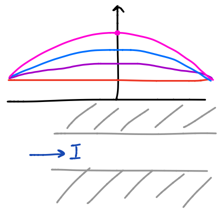
$$P = kA \cdot \text{grad}(T) = -k \cdot A \cdot \frac{dT}{dx}$$

Efter aslång tid.



$P_1 = -kA\left(\frac{dT}{dx}\right)_1$

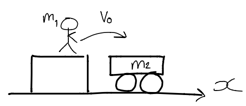
$P_2 = -kA\left(\frac{dT}{dx}\right)_2$



× Efter 1 nanosekund.
Det alstras energi och ingen energi transporteras iväg, pga avsaknaden av temperaturskillnaden (= 0.)

× Temp stiger => energi börjar transporteras bort pga tempskillnaden
× Temp stiger mer => mer energi transporteras bort
× Vi når tillslut stationärt läge.

8.47, s.21



Givet

$m_1 = 60$ kg
$m_2 = 120$ kg
$V_0 = 4.0 \frac{m}{s}$
$\mu k = 0.40$

Sökt

a) Sluthastighet hos m_1 & m_2
b) Friktionskraften under glidningsfasen
c) Glidtid
d) ΔP_{m_1} & ΔP_{m_2}
e) Δx under glidning
f) Hur långt rullar vagnen under glidningsfasen
g) Glidning på vagnen.
h) ΔK_{m_1} & ΔK_{m_2}

Lösning

a) Inga externa krafter. Friktion finns men är inkluderat i systemet.

$P_i = m_1 V_0$

$P_f = (m_1 + m_2)V \Rightarrow V = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot V_0 = 1.33 \frac{m}{s}$

b) $F = \mu_k \cdot N = \mu k \cdot mg = 235$ N

c) Konst retardation. Eller konst acc av vagnen.

$a = \frac{f}{m} = -\frac{235}{60}$

$\Delta V = a \cdot \Delta t \Leftrightarrow 1.33 - 4.0 = \frac{-235}{60} \cdot \Delta t \Leftrightarrow \Delta t = 0.68$ s

d) $\Delta P_{m_1} = (V - V_0)m_1 = -160 \frac{kgm}{s}$

$\Delta P_{m_2} = (V - 0)m_2 = 160 \frac{kgm}{s}$

e) $V_f^2 - V_i^2 = 2aS$ ← $S = \Delta x$

$\left.\begin{array}{l} V_f = 1.33 \\ V_i = 4.0 \\ a = \frac{-235}{60} \frac{m}{s^2} \end{array}\right\} \Delta x = \frac{V_f^2 - V_i^2}{2a} = 1.81$ m

f) $V_f^2 - V_i^2 = 2aS$

$\left.\begin{array}{l} V_f = 1.33 \\ V_i = 0 \\ a = \frac{235}{120} \end{array}\right\} \Delta x = 0.45$ m

g) Hur mycket längre fram än vagnen har vi glidit?

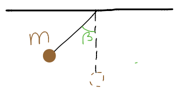
$\Delta x' = 1.81 - 0.45 = 1.36$

e) $\Delta K_{m_1} = \frac{1}{2} m_1 V_f^2 - \frac{1}{2} m_1 V_i^2 = -426.7$ J

$\Delta K_{m_2} = \frac{1}{2} m_2 V_f^2 - \frac{1}{2} m_2 \cdot V_i^2 = \frac{1}{2} m_2 V_f^2 = 106.7$ J

De återstående Joulen?
Arbete som friktionen uträttar?
$f \cdot \Delta x' = 320$ N

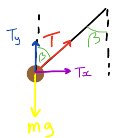
Accelerationsmätare



Givet
$\beta = 30^\circ$

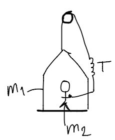
Sökt
accelerationen

Lösning
Friläggning



$$\left.\begin{aligned} T_y &= T\cdot\cos\beta = mg \\ T_x &= T\cdot\sin\beta = m\cdot a \end{aligned}\right\} \tan\beta = \frac{a}{g} \Rightarrow a = g\cdot\tan\beta = 5.6\ \frac{m}{s^2}$$

Pojke på gunga



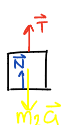
Givet
Pojke ska gunga sig själv
$m_1 g = 160\,N$
$m_2 g = 320\,N$
$T = 250\ N$

Sökt
a) a
b) kraften på sittbrädan

Lösning
Modifierar: $m_1 = 16\ kg$
$m_2 = 32\ kg$

a) $F_\uparrow - F_\downarrow = (m_1+m_2)a \Leftrightarrow 2T-(m_1+m_2)g = (m_1+m_2)a \Rightarrow a = \frac{2T-(m_1+m_2)g}{m_1+m_2}$

b)



$T + N - m_2 g = m_2\cdot a \Rightarrow N = m_2(a+g) - T$

Duggan

Allt fram till torsd förra veckan.
Inte entropi.
Man får ha med: Räknare
Formelsamling
Tabell
Fusklapp

Repetition

$PV = nRT$

$dQ = dE^{int} + dW_{gas} \Rightarrow Q = \Delta E^{int} + W_{gas}$

$W>0$, gasen expanderar

$W<0$, gasen komprimeras

$Q>0$, energi tillförs till gasen

Isoterm: $W_{gas} = nRT \cdot \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$, T konst. Isokor: $Q = nC_V \Delta T$ Isobar: $Q = nC_p \Delta T$

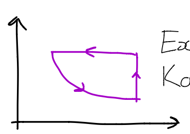
$Q = nRT \cdot \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$ ty $E^{int} = 0$

$\boxed{\Delta E^{int} = nC_V \cdot \Delta T}$ ← Alltid!

Kretsprocesser: Medurs ⇒ Tillverka mekaniskt arbete. Verkningsgrad: $e \equiv \frac{\sum W_{gas}}{\sum Q_{pos}} = \frac{\sum Q}{\sum Q_{pos}}$

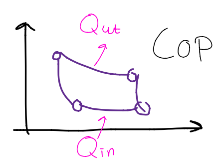
Kylmaskin

Värmepump

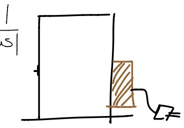


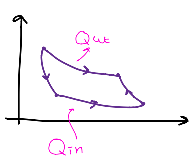
Expanderar kall gas
Komprimerar varm gas

Kylskåp



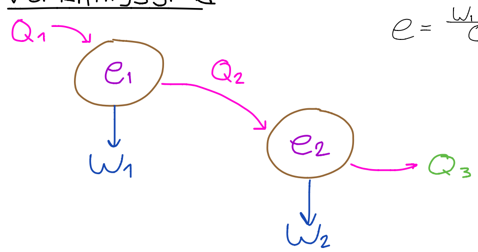
$COP = \frac{|Q_{in}|}{|W_{gas}|}$





$COP = \frac{|Q_{ut}|}{|W_{gas}|}$

Verkningsgrad



$e = \frac{W_1 + W_2}{Q_1}$, $e_1 = \frac{W_1}{Q_1}$, $e_2 = \frac{W_2}{Q_2}$ $\quad e = \frac{e_1 Q_1 + e_2 Q_2}{Q_1} = \frac{e_1 Q_1 + e_2(Q_1 - e_1 Q_1)}{Q_1}$

$W_1 = e_1 \cdot Q_1$, $W_2 = e_2 \cdot Q_2$ $\quad = e_1 + e_2 - e_1 \cdot e_2$

$Q_2 = Q_1 - W_1$

Ex

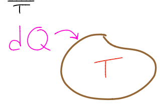
$e_1 = 40\%$ $\quad W_1 = 40\ J$ $\quad e = \frac{52}{100} = 0.52$

$e_2 = 20\%$ $\Rightarrow |Q_2| = 60\ J \Rightarrow W_2 = 12\ J \Rightarrow e = 0.40 + 0.2 - 0.4 \cdot 0.2 =$

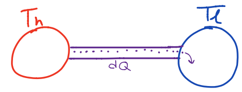
$Q_1 = 100\ J$ $\quad 0.60 - 0.08 = 0.52$

Entropi: S

$dS \equiv \frac{dQ}{T}$



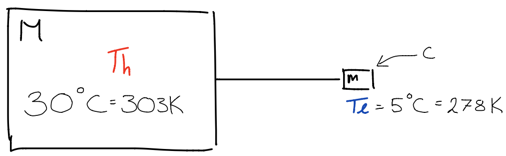
för ett slutet system: $\Delta S \geq 0$



$dS_l = \frac{dQ}{T_l}$

$dS_h = \frac{-dQ}{T_h}$ (ty lamnar system)

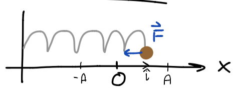
$$dS_{hl} = dS_h + dS_l = dQ\left[\frac{1}{T_l} - \frac{1}{T_h}\right] > 0$$



$$\Delta S_{stor} = \int_i^f \frac{dQ}{T_h} = \frac{1}{T_h}\int_i^f dQ = \frac{-1}{T_h}\int_i^f m \cdot c \cdot dT = -\frac{1}{T_h} mc(T_h - T_l) = -\frac{mc\Delta T}{T_h}$$
$$= -1 \cdot 4.18 \cdot 10^3 \cdot \frac{25}{303} \ \frac{J}{K}$$

$$\Delta S_{liten} = \int_i^f \frac{dQ}{T} = \int_i^f \frac{mc\,dT}{T} = mc\int_i^f \frac{dT}{T} = mc \cdot \ln\frac{T_f}{T_i} = 1 \cdot 4.18 \cdot 10^3 \cdot \ln\frac{303}{278}$$

Svängningar



$$\left.\begin{array}{l}\vec{F} = -kx\hat{i} \\ \vec{F} = m\vec{a} \\ \vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2}\hat{i}\end{array}\right\} \quad -kx\hat{i} = m\cdot\frac{d^2x}{dt^2}\cdot\hat{i} \Rightarrow m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

Allm. Lösning: $X(t) = A\cdot\cos\left[\sqrt{\frac{k}{m}}\cdot t + \varnothing\right]$ $\quad \varnothing$: faskonstant, A: amplitud

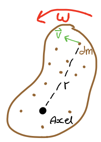
$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$: vinkelhastighet $\left[\frac{rad}{s}, s^{-1}\right]$,

$$\left.\begin{array}{l}\omega = 2\pi f \\ T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}, \text{ periodtid}\end{array}\right\} \quad X(t) = A\cos(\omega t + \varnothing)$$

Varianter: $X(t) = A\cdot\sin(\omega t)$: $X=0$ när $t=0$ och $\vec{v}$ går åt höger

$X(t) = -A\cdot\sin(\omega t)$: — " — och $\vec{v}$ går åt vänster

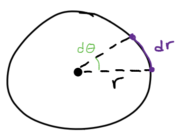
Rotationsrörelse Av STEL kropp runt FIX axel



Rörelseenergi: $dK_R = \frac{1}{2}dm\cdot v^2 = \frac{1}{2}dm(r\omega)^2$

Totala: $K_R = \int_{\text{hela kroppen}} dK_R = \int_{\text{hel. kr}} \frac{1}{2}dm\, r^2\omega^2 = \frac{1}{2}\omega^2 \int_{h.k} r^2\cdot dm$ $\quad$ Jfr med partikel: $K = \frac{1}{2}v^2\cdot m$

Kropp/axel har ett tröghetsmoment: $I = \int_{\text{hela kr.}} r^2\cdot dm$



$dr = r\cdot d\theta$

$\frac{dr}{dt} = r\frac{d\theta}{dt} \Rightarrow V = r\cdot\omega$

Translation

Läge: x

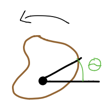
Hastighet: $\vec{V} = \frac{d\vec{x}}{dt}$

Acceleration: $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}$

$x_f - x_i = V_0 t + \frac{1}{2}at^2$

$V_f^2 - V_i^2 = 2aS$

Rotation



Läge: θ

Hastighet: $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

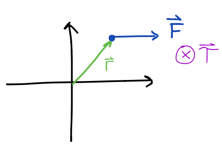
Acceleration: $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

$\theta_f - \theta_i = \omega_0\cdot t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

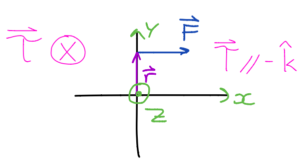
$\omega_f^2 - \omega_i^2 = 2\alpha\Delta\theta$

Vridande moment: $\vec{\tau}$

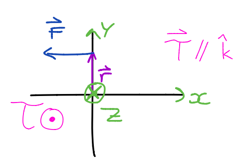
$\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$



Riktningen för $\vec{\tau}$ sammanfaller inte med rotationen.



Medurs



Moturs

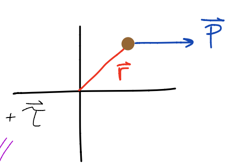
Rörelsemängdsmoment: $\vec{L}$

$\vec{L} = \vec{r}\times\vec{P} = \vec{r}\times(m\vec{v})$

$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r}\times\vec{P}) = \frac{d\vec{r}}{dt}\times\vec{P} + \vec{r}\times\frac{d\vec{P}}{dt} =$

$\frac{d\vec{r}}{dt}\times m\vec{v} + \vec{r}\times\vec{F} = \frac{d\vec{r}}{dt}\times m\vec{v} + \vec{\tau} \Leftrightarrow \underbrace{\vec{v}\times m\vec{v}}_{=0 \text{ ty } //} + \vec{\tau}$

$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$



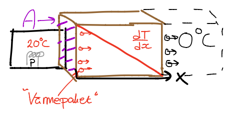
Partiklar: $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$

To be continued.

Diffekvationer

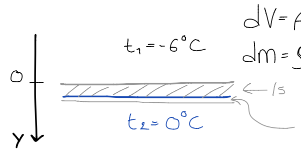
Hur lång tid tar det för att bilda ett istäcke på en sjö under ideala förhållanden?

$P = \frac{dQ}{dt} = -k \cdot A \cdot \frac{dT}{dx}$



$dV = A \cdot dy$

$dm = \rho_{is} \cdot A \cdot dy$



Vad krävs för att bilda is här med?

Energin som frigörs vid isbildning styrs av temperaturgradienten $\frac{dT}{dx}$, därför går det långsammare och långsammare att bilda tjockare is.

Genererad energi = Bortransporterad energi

Sökt: Tid för att bilda 10 cm is

$dQ \rightarrow \frac{\rho A dy L}{dt} = k A_{sjö} \frac{dT}{dy}$

$= k A_{sjö} \cdot \frac{T_2 - T_1}{y}$

K: Värmeledningsförmåga hos isen.

$\frac{\rho A dy \cdot L}{dt} = k A \frac{\Delta T}{y}$

$\rho \cdot L \cdot \frac{dy}{dt} = k \frac{\Delta T}{y}$

$\rho \cdot L \cdot y \cdot \frac{dy}{dt} = k \cdot \Delta T$

$\frac{dy}{dt} \Leftrightarrow$ Hur snabbt isen växer.

Sökt $y \rightarrow y_f$ $\quad y\,dy = \frac{k \Delta T}{\rho \cdot L} \cdot dt$ $\quad$ Sökt t

$\int_0^{y_f} y\,dy = \frac{k \cdot \Delta T}{\rho \cdot L} \cdot \int_0^{t_f} dt$

$\frac{1}{2} y_f^2 = \frac{k \Delta T}{\rho \cdot L} \cdot t_f$

$t_f = \frac{L \cdot \rho}{2 \cdot k \cdot \Delta T} \cdot y_f^2$

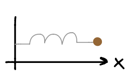
Hög temperaturförändring => 0 → -Mycket° => Snabbare frystakt.

Hög värmeledningsförmåga => Bra på att transportera bort energin => Snabbare frysning.

Vågor

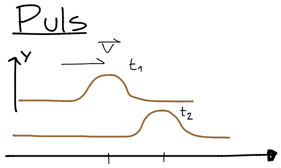
* Mekaniska vågor - Kräver medium
* Elektromagnetiska dito - Behöver inget medium

Vågor är en form av störning.



$x(t) = A \cdot \sin(\omega t)$

Puls



Störning: $y(x,t)$:

<u>Transversell</u>

Störning är vinkelrät mot $\vec{v}$.

<u>Longitudinell</u>

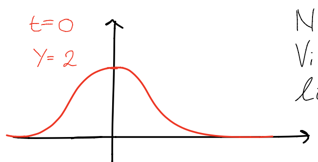
Störning är parallell med $\vec{v}$.

Ex

$y(x,t) = \frac{2.0}{(x-30t)^2+1.0}$

$t = 0$

$y = 2$



<u>Vilket håll rör sig vågen åt?</u>

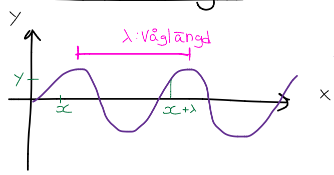
När $(x - 30t) = 0$ är vågen som högst.

Vi kan räkna ut att ett större x kräver en längre tid för att nå toppen => Höger.

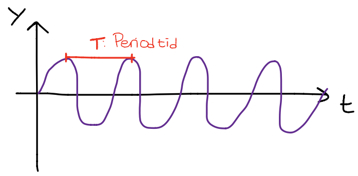
utbredningshastigheten

funktion $\quad y(x,t) = f(x \pm v \cdot t)$ $\quad$ x och t måste vara "jämbördiga". ~~x^3 och $\sqrt{t}$~~

Harmoniska vågor



$f(x-vt)$



Matte

Harmonisk våg: $t=0$

$Y = A \cdot \sin(ax)$

$a(x+\lambda) = ax + 2\pi$

$ax + a\lambda = ax + 2\pi \Rightarrow a = \frac{2\pi}{\lambda}$

$k \equiv \frac{2\pi}{\lambda}$: Cirkulära vågtalet. Enhet $[m^{-1}]$

$t =$ "vad som helst"

$Y(x,t) = A \cdot \sin(\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt))$

$Y(x,t) = A \cdot \sin[\frac{2\pi}{\lambda}(x - \lambda f t)]$

$= A \cdot \sin[\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x - \underbrace{2\pi f t}_{\omega}]$

Vågen har utbredningshastighet v.

$v \cdot T = \lambda$

$f = \frac{1}{T}$ $\Big\} \; v = \lambda f$

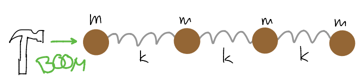
$$Y(x,t) = \sin[kx - \omega t] = A \cdot \sin[2\pi \cdot \frac{x}{\lambda} - 2\pi \frac{t}{T}]$$

Mer allmänt: $Y(x,t) = A \cdot \sin[kx - \omega t + \phi]$

Partikelhastighet: V_p

$V_p = \frac{dY}{dt} = -\omega \cdot A \cos(kx - \omega t)$

Fashastigheten



Hög fashastighet: Styva fjädrar
Lätta kulor

Transversell våg på en sträng

$V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

μ: Massa per längdenhet.

Reflexion och transmission av vågor

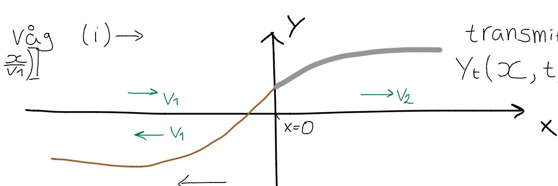
$$Y(x,t) = A \cdot \sin(kx - \omega t)$$

Infallande, harmonisk, våg (i) →

$Y_i(x,t) = A_i \cdot \sin[\omega(t - \frac{x}{v_1})]$

transmitterad våg (t) →

$Y_t(x,t) = A_t \cdot \sin[\omega(t - \frac{x}{v_2})]$



reflekterad våg (r) ←

$Y_r(x,t) = A_r \cdot \sin[\omega(t + \frac{x}{v_1})]$

$\omega \frac{x}{v_1} = 2\pi f \frac{x}{v_1}$

$v_1 = f \cdot \lambda_1 \Rightarrow \frac{f}{v_1} = \frac{1}{\lambda_1}$ $\Big\} \; \frac{2\pi}{\lambda_1} \cdot x = kx$

1) Tråden hänger ihop överallt. Så även i $x=0$. $\Rightarrow Y_i + Y_r = Y_t \Rightarrow \boxed{A_i + A_r = A_t}$

2) $\frac{d}{dx}(Y_i + Y_r) = \frac{d}{dx}(Y_t) \Rightarrow \boxed{\frac{1}{v_1}(A_i - A_r) = \frac{1}{v_2} A_t}$

Algebra $\Rightarrow A_t = \frac{2v_2}{v_2 + v_1} \cdot A_i$

$\Rightarrow A_r = \frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1} \cdot A_i$

Om vågen reflekteras mot ett medium där fashastigheten är lägre ⇒ fassprång på π-radianer.

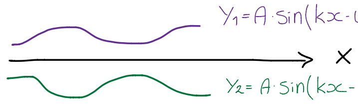
Brytningsindex

$n = \frac{c}{v}$ [c = ljuset hastighet i vakum $= 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$]

$n_{glas} \approx 1.5$

$v_{glas} \approx 2 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$

Interferens



$y_1 = A \sin(kx - \omega t)$

$y_2 = A \sin(kx - \omega t + \varphi)$

[$\sin\alpha + \sin\beta = 2 \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha+\beta}{2}$]

$y_{tot} = y_1 + y_2 = A[\sin(kx-\omega t) + \sin(kx - \omega t + \varphi)] = 2A \cos\frac{\varphi}{2} \sin(kx - \omega t + \frac{\varphi}{2})$

Extremfall: Konstruktiv interferens uppstår när $\frac{\varphi}{2} = m\pi$ $(m \in \mathbb{N})$

$\cos\frac{\varphi}{2} = 1 \Leftrightarrow \frac{\varphi}{2} = 0, 2\pi, \ldots$

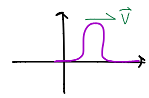
$\cos\frac{\varphi}{2} = -1 \Leftrightarrow \frac{\varphi}{2} = \pi, 3\pi, 5\pi, \ldots$

Extremfall: Destruktiv interferens

$\cos\frac{\varphi}{2} = 0 \Rightarrow \frac{\varphi}{2} = (2m+1)\frac{\pi}{2}$ $(m \in \mathbb{N})$

Rep

Vågor : $f(x \pm vt)$ — +: utbreder sig åt vänster

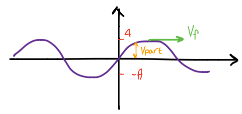


Harmoniska vågor: $y(x,t) = A \cdot \sin(kx - \omega t + \phi) = A \cdot \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) + \phi\right]$

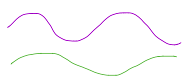
$k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$\Delta\varphi = \Delta x k = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda}$

$V_{part} = \frac{dy}{dt}$



Interferens



$Y_1 = A \cdot \sin(kx - \omega t)$

$Y_2 = A \sin(kx - \omega t + \phi)$

$Y = Y_1 + Y_2 = 2A \cdot \cos\frac{\phi}{2} \cdot \sin(kx - \omega t + \frac{\phi}{2})$

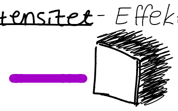
Konstruktiv interferens: $\cos\frac{\phi}{2} = \pm 1$

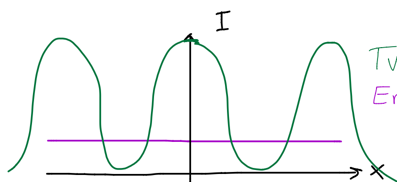
Destruktiv interferens: $\cos\frac{\phi}{2} = 0$

"Mellanting" : $|\cos\frac{\phi}{2}| \in (0,1)$

Intensitet - Effekt/ytenhet

$I \sim (\text{amplituden})^2$





Två högtalare

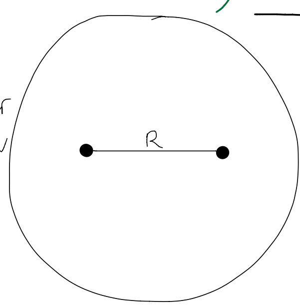
En högtalare

Ex

Hur många gånger uppstår konstruktiv interferens givet:

$R = 3\,m$

$\lambda = 1\,m$



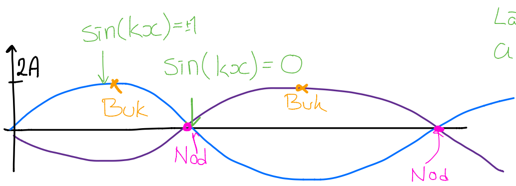
Stående vågor

$Y_1 \rightarrow$ $\qquad$ $\leftarrow Y_2$

$Y_1 = A \cdot \sin(kx - \omega t)$ $\qquad$ $Y_2 = A \sin(kx + \omega t)$

$Y_{tot} = Y_1 + Y_2 = A[\sin(kx)\cos(\omega t) - \cancel{\cos(kx)\sin(\omega t)} + \sin(kx)\cos(\omega t) + \cancel{\cos(kx)\sin(\omega t)}] =$

$2A \cdot \underbrace{\sin(kx)}_{\text{Lägesberoende amplitud}}\cos(\omega t)$



Vågor som trivs på en sträng

Med ena änden av strängen fixerad trivs samtliga våglängder.

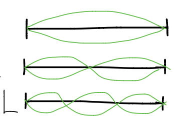
Med båda ändarna fixerade trivs bara de våglängder som uppfyller:

$\sin(kL) = 0 \Rightarrow kL = m\pi \Rightarrow k = m\frac{\pi}{L}, m \in \mathbb{Z}^+$

$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\frac{m\pi}{L}} = \frac{2L}{m} \Rightarrow k = \frac{\pi}{L} \Rightarrow \lambda = 2L$ — Grundton

$k = \frac{2\pi}{L} \Rightarrow \lambda = L$ — 1a överton

$k = \frac{3\pi}{L} \Rightarrow \lambda = \frac{2}{3}L$ — 2a överton



Svävningar

$y_1 = A\cdot\cos(k_1x - \omega_1 \cdot t)$
$y_2 = A\cdot\cos(k_2x - \omega_2 \cdot t)$
Örat i $x=0$.

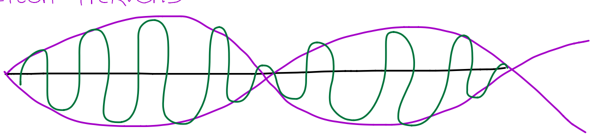
$\left.\begin{aligned} y_1 &= A\cos(-\omega_1 t) = A\cos(2\pi f_1 \cdot t) \\ y_2 &= A\cos(\omega_2 t) = A\cdot\cos(2\pi f_2 \cdot t)\end{aligned}\right\} \; y_{tot} = A\left[\cos(2\pi f_1 t) + \cos(2\pi f_2 t)\right]$

$= 2A\left[\cos\left(2\pi \frac{f_1 - f_2}{2}\cdot t\right)\cdot\cos\left(2\pi\frac{f_1+f_2}{2}\cdot t\right)\right]$

Cos för liten frekvens
$f = 0.5\,\text{Hz}$

cos för stor f.
$f = 440.5\,\text{Hz}$

Liten frekvens

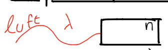


Stor frekvens.

Brytningsindex

$n = \frac{c}{v}$ <=> Brytningsindex för ett visst medium = $\frac{\text{Ljushastigheten}}{\text{fashastigheten i mediet}}$ $n_{glas} = 1.5 \Rightarrow V_{glas} = \frac{3\cdot 10^8}{1.5} = 2\cdot 10^8$

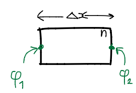
Optisk väg



$c = \lambda f \qquad v = \frac{c}{n} = \lambda' \cdot f'$

$f = \frac{c}{\lambda}$, $f' = \frac{c}{\lambda\cdot n} \Rightarrow \lambda = n\lambda' \Rightarrow \lambda' = \frac{\lambda}{n}$

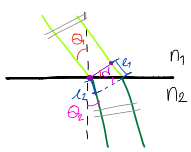
Δ



$\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = k\cdot\Delta x = \frac{2\pi}{\lambda_1}\cdot\Delta x = 2\pi\frac{\Delta x}{\frac{\lambda}{n}} = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\underline{\Delta x\cdot n}$

Optisk väg

Brytningslagen

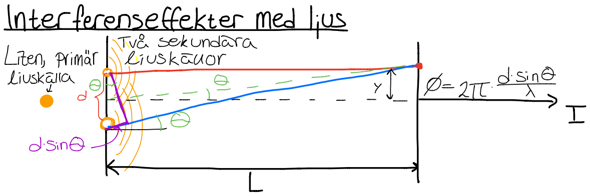


$\ell_1 \cdot n_1 = \ell_2 \cdot n_2$, $\ell_1 = d\cdot\sin\theta$, $\ell_2 = d\cdot\sin\theta_2$

$\cancel{d}\cdot\sin\theta_1\cdot n_1 = \cancel{d}\cdot\sin\theta_2\, n_2$

$\sin\theta_1\, n_1 = \sin\theta_2\, n_2$

Interferenseffekter med ljus



$\phi = 2\pi\cdot\frac{d\cdot\sin\theta}{\lambda}$ → I

$y_{tot} = 2A\cdot\cos\frac{\phi}{2}\cdot\sin\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right)$

$I \sim (\text{amplitud})^2 \Rightarrow I_{tot} \sim 4A^2\cdot\cos^2\frac{\phi}{2}$

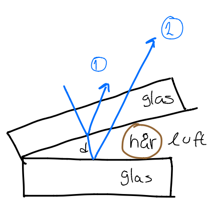
I

1, ty första fransen

Om punkten p ligger vid den första ljusa fransen: $d\cdot\sin(\theta) = m\cdot\lambda = \lambda$

För små vinklar: $\sin\theta \approx \tan\theta = \frac{y}{L} \Rightarrow d\cdot\frac{y}{L} = \lambda \Rightarrow d = \frac{L\cdot\lambda}{y}$

Mätning



Vägskillnad mellan 1 och 2 är 2d.

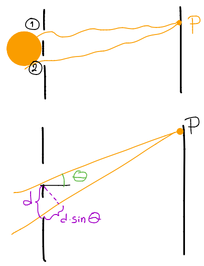
$2d = m\lambda \Rightarrow$ destruktiv interferens $m \in \mathbb{N}$

För konstruktiv interferens: $2d = (m + \frac{1}{2})\lambda$ $m \in \mathbb{N}$

Verktyg

$Y(x,t) = A \cdot \sin(kx - \omega t + \phi)$

Young's dubbelspalt: $Y_1 = A \cdot \sin(kx - \omega t)$



$Y_2 = A \cdot \sin(kx - \omega t + \phi)$ Fasvinkel pga skillnaden i väg till punkten P.

$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin\theta$

$Y = Y_1 + Y_2 = 2A \cos\frac{\phi}{2} \cdot \sin(kx - \omega t + \frac{\phi}{2})$ $+1$ -1

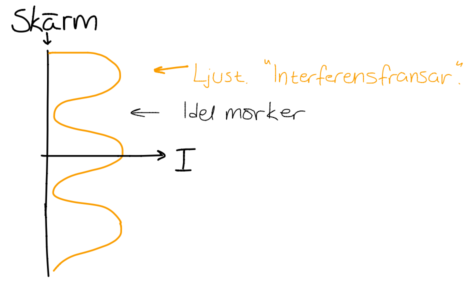
Intensitet $\sim (\text{Amplitud})^2$

$I_{tot} \sim 4A^2 \cdot \cos^2 \frac{\phi}{2}$

$I_{max} = 4A^2 = 4I_1$

Vågor med olika amplitud

Allmänt: $I_{tot} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos\phi$



Ex - Dubbelspalt

Givet

$\lambda = 589$ nm

$\ell = 2.00$ m

$Y_{10} = 7.96$ m ← min

Sökt

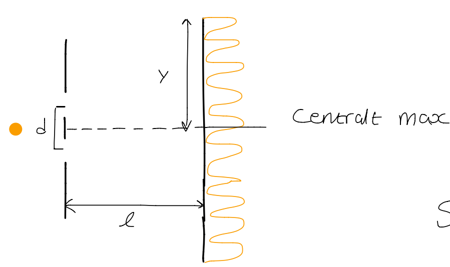
d

Lösn

$d \cdot \sin\theta = m\lambda$

Centralt max: $m = 0$

Ivans snabbformel: $\lambda = \frac{d \cdot Y}{m \cdot \ell}$



Formel för min: $d \cdot \sin\theta = (m + \frac{1}{2})\lambda$

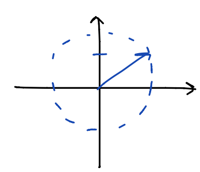
m för 10:e min = 9

$\left.\begin{array}{l} d \cdot \sin\theta = (9 + \frac{1}{2})\lambda \\ \sin\theta = \frac{Y}{\ell} \end{array}\right\}$ $\frac{d \cdot Y}{\ell} = (9 + \frac{1}{2})\lambda \Rightarrow d = \frac{(9+\frac{1}{2})\lambda \cdot \ell}{Y} = 1.54$ mm

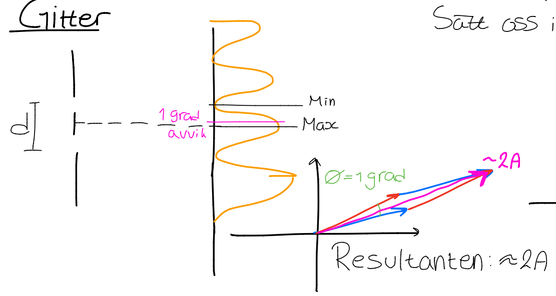
Störning = Projektion på Vertikala axeln

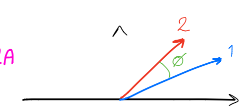
$Y = A \cdot \sin(kx - \omega t)$

Sätt oss i en punkt



Gitter

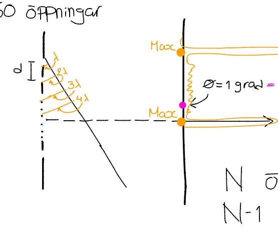




Max: 1 och 2 samanfaller

Min: 1 och 2 är motriktade

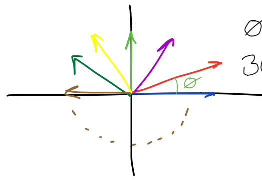
360 öppningar



Mittpunktsnamed

Villkor för max: $d \cdot \sin\theta = m\lambda$

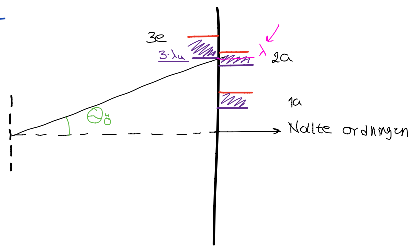
N öppningar
N-1 minima
N-2 sekundära max



$\varnothing = 1$
360 pilar } min

Flera öppningar => Smalare och mycket "starkare" toppar. Högre intensitet

Ex



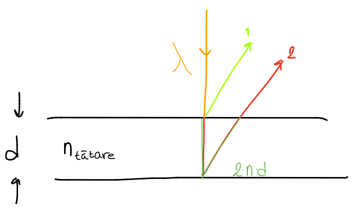
Vitt ljus: $\underset{\lambda_u}{400} \leq \lambda \leq \underset{\lambda_r}{700}$ nm

$d \cdot \sin\theta_ö = 3 \cdot \lambda_u$
$d \cdot \sin\theta_ö = 2 \cdot \lambda$ } $3 \cdot 400 = 2 \cdot \lambda \Rightarrow \lambda = 600$ nm

Uppdelning av amplitud

$2nd = \begin{cases} m\lambda \to \text{min} \\ (m+\frac{1}{2})\lambda \to \text{max} \end{cases}$

Ena strålen upplever reflexion mot tätare medium.

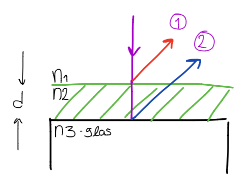


$2nd = \begin{cases} m\lambda \to \text{max} \\ (m+\frac{1}{2})\lambda \to \text{min} \end{cases}$

Om ingen eller båda strålarna upplever reflexion mot tätare medium.

Antireflex behandling

$n_1 < n_2 < n_3$
Både 1 & 2 upplever refx i tätare medium. =>
$2n_2d = (m+\frac{1}{2})\lambda$ – destr. int.
$m = 0 \Rightarrow d = \frac{\lambda}{4n_2}$

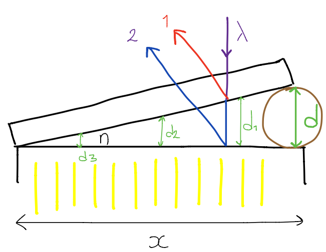


Reflextions koefficient
$R \equiv \frac{I_1}{I_0} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + 1}\right)^2$

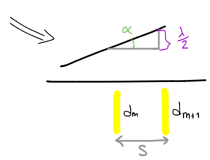
Ex: $\lambda = 600$ nm
$n_2 = 1.3$ } $d = \frac{600}{4 \cdot 1.3} \cdot 10^{-9}$

Olika avstånd

Givet: λ, x, n
Sökt: d

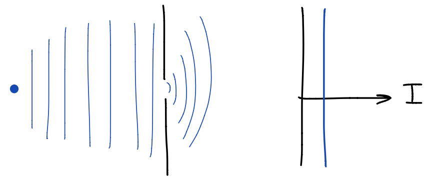


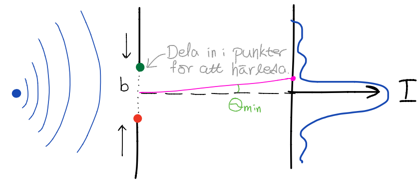
Villkor för max: $2nd = (m+\frac{1}{2})\lambda$
Ska va ett n också



$2 d_m = (m+\frac{1}{2})\lambda$
$2 d_{m+1} = ((m+1)+\frac{1}{2})\lambda$ } $2(d_{m+1} - d_m) = \lambda$
$d_{m+1} - d_m = \frac{\lambda}{2}$

Diffraktion - Böjning



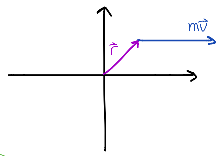


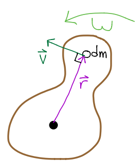
$b \cdot \sin\Theta_{min} = \lambda$, detta ger destruktiv interferens pga alla punkter mellan ● & ●.

	Partiklar	Rotationsrörelse
Läge:	x	Θ
Hastighet:	$v = \frac{dx}{dt}$	$\omega = \frac{d\Theta}{dt}$
Acc:	$a = \frac{dv}{dt}$	$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$
	$x_f - x_i = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$	$\Theta_f - \Theta_i = \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
	$v_f^2 - v_i^2 = 2 \cdot a \cdot s$	$\omega_f^2 - \omega_i^2 = 2\alpha \cdot \Delta\Theta$
Tröghet:	m	I
	$\frac{1}{2} m v^2$	$\frac{1}{2} I \omega^2$
	$F = ma$	$\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$
	$p = mv$	$\vec{L} = I\vec{\omega}$
	$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

Rörelsemängdsmoment

$\vec{L} \equiv \vec{r} \times \vec{p}$





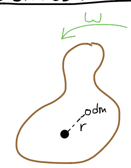
$d\vec{L} = \vec{r} \times dm \cdot \vec{v}$

$|d\vec{L}| = r \cdot dm \cdot v = r \cdot dm \cdot \omega \cdot r = \omega r^2 dm$

$L = \omega \int r^2 dm = \omega \cdot I$

$\frac{dL}{dt} = I \cdot \frac{d\omega}{dt} = I \cdot \alpha = \tau$

Tröghetsmoment



$I = \int_{\text{hela kroppen}} r^2 dm$

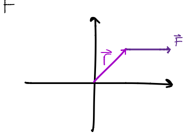
$v = \omega r$

$dK = \frac{1}{2} dm \cdot v^2 = \frac{1}{2} dm\, \omega^2 r^2 = \frac{1}{2} \cdot \omega^2 r^2 \cdot dm \Rightarrow K = \int \frac{1}{2} \omega^2 r^2 dm = \frac{1}{2}\omega^2 \underbrace{\int r^2 dm}_{I}$

rörelse energi för lilla elementets rörelseenergi

Vridande moment - Torque [M]

$\vec{\tau} \equiv \vec{r} \times \vec{F}$



Här går $\vec{\tau}$ in i tavlan.

$\vec{\tau} \parallel -\hat{e}_y = -\hat{k}$

Medurs ≡ negativt

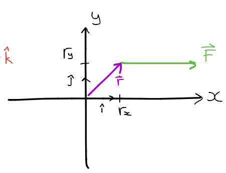
Moturs ≡ positivt

Linalg

$|\hat{\imath}| = |\hat{\jmath}| = |\hat{k}| = 1$

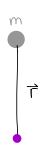
$\hat{\imath} \times \hat{\jmath} = \hat{k}, \quad \hat{\jmath} \times \hat{\imath} = -\hat{k}$

i j k i j k i j k

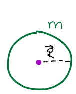


$\vec{r} = r_x \cdot \hat{\imath} + r_y \cdot \hat{\jmath} = (r_x \hat{\imath} + r_y \hat{\jmath}) \times F\hat{\imath} = r_x F(\hat{\imath} \times \hat{\imath}) + r_y F(\hat{\jmath} \times \hat{\imath}) = 0 + r_y F(-\hat{k})$

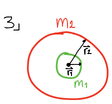
Räkna

1) 

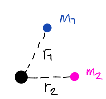
$I = m \cdot r^2$

2) 

$I = \int r^2 dm = R^2 \int dm = m \cdot R^2$

3) 

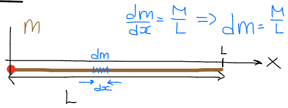
$I = m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2$

4) 

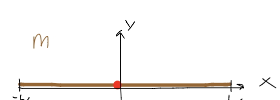
$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$

Pinne

$\frac{dm}{dx} = \frac{M}{L} \Rightarrow dm = \frac{M}{L} \cdot dx$

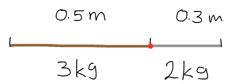
1. 

$I = \int r^2 dm = \int_0^L x^2 dm = \int_0^L \frac{M}{L} \cdot x^2 dx = \frac{M}{L}\left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^L = \frac{M}{L} \cdot \frac{1}{3} \cdot L^3 = \frac{ML^2}{3}$



$I = \frac{M}{L}\left[\frac{1}{3} x^3\right]_{-L/2}^{L/2} = \frac{1}{3}\frac{M}{L}\left(\frac{L^3}{8} - \left(-\frac{L^3}{8}\right)\right) = \frac{ML^2}{12}$

Ex



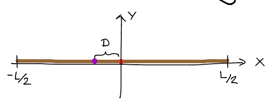
Erik

$I = \frac{3}{0.5}\left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^{0.5} + \frac{2}{0.3}\left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^{0.3} = \frac{3}{0.5}\left(\frac{1}{3}\cdot 0.5^3\right) + \frac{2}{0.3}\left(\frac{1}{3}\cdot 0.3^3\right) = 0.31 \text{ kgm}^2$

Åke

$I = \frac{1}{3}\,2\cdot 0.3^2 + \frac{1}{3}\,3\cdot 0.5^2 = \frac{1}{3}(0.18+0.75) = 0.06 + 0.25 = 0.31 \text{ kgm}^2$

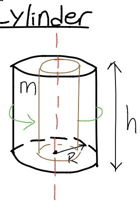
Parallellaxelförskjutningssatsen



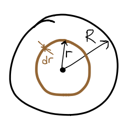
$I = I_{cm} + MD^2$

Om $D = L/2 \Rightarrow I = \frac{ML^2}{12} + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = ML^2\left[\frac{1}{12}+\frac{1}{4}\right] = \frac{1}{3}ML^2$ Härledning kommer.

Cylinder



Sett ovanifrån



$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{hR^2\pi}$

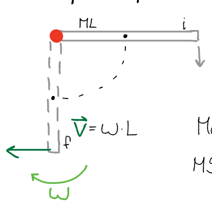
$dV = h\cdot 2\pi r\cdot dr$

$dm = dV\cdot\rho = \frac{m}{\cancel{h\pi}R^2}\,\cancel{h}\,2\cancel{\pi}\,r\,dr = \frac{2m}{R^2}\cdot r\cdot dr$

$dI = r^2 dm = \frac{2m}{R^2}\cdot r^3\cdot dr$

$I = \int_0^R dI = \frac{2m}{R^2}\int_0^R r^3 dr = \frac{2m}{R^2}\left[\frac{1}{4}r^4\right]_0^R = \frac{2m}{R^2}\cdot\frac{1}{4}R^4 = \frac{1}{2}mR^2$

Livet på en pinne



$K_i = 0, \quad U_i = Mg\frac{L}{2}$

$K_f = \frac{1}{2}I\omega^2, \quad U_f = 0$

$I = \frac{1}{3}ML^2,$

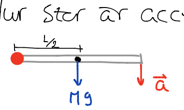
Mek. energ. bevaras:

$Mg\frac{L}{2} = \frac{1}{2}\frac{1}{3}ML^2\omega^2 \Rightarrow \cancel{M}g\frac{L}{2} = \frac{1}{6}\cancel{M}\cancel{L^2}\frac{V^2}{\cancel{L^2}} \Rightarrow V = \sqrt{3gL}$

Härledning

$\frac{dS}{dt} = R\frac{d\theta}{dt}$ eller $V = \omega R$ eller $a_{ändp} = \alpha\cdot L$

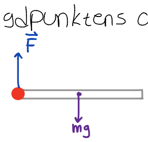
Hur stor är accelerationen av ändpunkten när pinnen släpps?



$\left.\begin{array}{l}\tau = \frac{L}{2}\cdot Mg = \\ \tau = I\alpha = \frac{1}{3}ML^2\cdot\alpha\end{array}\right\}\ \frac{L}{2}Mg = \frac{1}{3}ML^2\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{3}{2}\cdot\frac{g}{L}$

$a_{änd} = \alpha\cdot L = \frac{3}{2}\cdot\frac{g}{L}\cdot L = \frac{3g}{2}$

Tyngdpunktens accelerationen bestäms av summan av de externa krafterna.

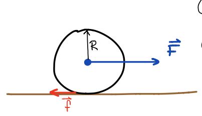


$a_{cm} = \frac{1}{2}a_{änd} = \frac{3}{4}g$

$Mg - F = M\cdot\frac{3}{4}g \Rightarrow F = \frac{Mg}{4}$

Rullning utan glidning

$I = \frac{1}{2}MR^2$



① $\sum_i \vec{F}_i^{ext} = M\cdot\vec{a}_{cm}$

② $\sum_i \vec{\tau}_i^{ext} = I\vec{\alpha}$

$a_{cm} = R\alpha$

vinkelrät

① $F - f = Ma_{cm}$

② $f\cancel{R} = \frac{1}{2}MR^2\alpha = \frac{1}{2}MR^{\cancel{2}}\frac{a_{cm}}{\cancel{R}} \Rightarrow f = \frac{1}{2}M\cdot a_{cm}$ (Sätt in i ①)

$F - f = Ma_{cm} \Leftrightarrow F - \frac{1}{2}Ma_{cm} = Ma_{cm} \Rightarrow F = \frac{3}{2}Ma_{cm} \Rightarrow a_{cm} = \frac{2F}{3M}$

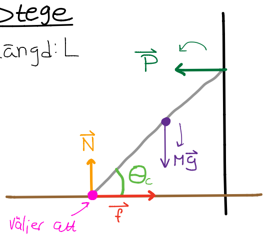
f: $f = \frac{1}{2}Ma_{cm} = \frac{1}{2}M\frac{2F}{3M} \Rightarrow f = \frac{F}{3}$

Om vi drar med en kraft större än f_{max} får vi glidning!

$f_{max} = \mu_s\cdot N$

Stege

Längd: L



Vi väljer att beräkna utifrån denna punkt.

Villkor för stabilitet

① $\sum_i \vec{F}_i = 0$

② $\sum_i \vec{T}_i = 0$

1 => $P = f$ (Gränsfallet: $f_{max} = \mu_s \cdot N = \mu_s \cdot Mg$)

$N = mg$

2 => $\cancel{Mg}\,\frac{\cancel{L}}{2}\cos\theta_c = P \cdot L \cdot \sin\theta_c = \mu_s \cdot \cancel{Mg} \cdot \cancel{L} \cdot \sin\theta_c \Rightarrow \frac{\sin\theta_c}{\cos\theta_c} = \tan\theta_c = \frac{1}{2 \cdot \mu_s}$

Problemlösning

Partiklar

1. Mekanisk energi bevaras. Se upp för: Deformation
   Friktion

2. Rörelsemängden bevaras. Se upp för: Externa krafter $\left(\Sigma F^{ext} = 0\right)$

3. $F = ma$

Kropp med utsträckning

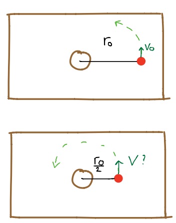
1. Mekanisk energi bevaras. Se upp för: Glidning

2. $\tau = I\alpha$, $\Sigma F = m a_{CM}$

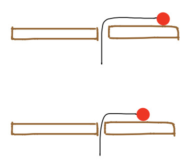
3. Rörelsemängdsmomentet bevaras. Se upp för: Vridande moment $\left(\Sigma \tau^{ext} = 0\right)$

Kula i bänk

Ovan:



Sidan:



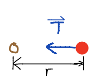
Sökt

V när snöret har längd $\frac{r}{2}$.

Lösning

Rörelsemängdsmomentet bevaras. $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$



$\Rightarrow \vec{r} \times \vec{T} = 0$

$\vec{\tau} = 0 \Rightarrow \vec{L}$ bevaras. $\Rightarrow L_i = L_f$

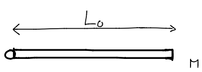
$$\left.\begin{aligned} L_i &= r_0 \cdot m \cdot V_0 \\ L_f &= \frac{r_0}{2} \cdot m \cdot V \end{aligned}\right\} \quad r_0 \cdot m \cdot V_0 = \frac{r_0}{2} \cdot m \cdot V \Rightarrow V = 2V_0$$

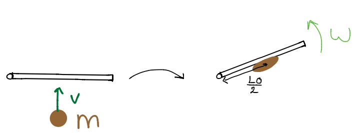
$K_i = \frac{1}{2} m V_0^2$

$K_f = \frac{1}{2} m (2V_0)^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} m V_0^2$ Den tillförda energin kommer från T. Kraften i snöret.

Kasta lerklump på dörren

Tröghet som en pinne. $I = \frac{1}{3} M L_0^2$





Lösning

Deformation! Mek. energi bevaras INTE.

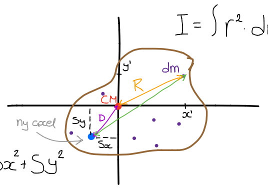
Rörelsemängdsmomentet bevaras: $L_i = L_f$

$L_i = \frac{1}{2} L_0 \cdot m \cdot v$ $\quad p = mv$, $L = I\omega$

$L_f = \omega\left(\frac{1}{3} M L^2 + m\left(\frac{L_0}{2}\right)^2\right)$

$m \cdot \frac{L_0}{2} \cdot v = \omega\left[\frac{1}{3} M L^2 + m\left(\frac{L_0}{2}\right)^2\right] \Rightarrow \omega =$ algebra

Parallellaxelteoremet



$$I=\int r^2\,dm=\int\left[(S_x+x')^2+(S_y+y')^2\right]dm=\int S_x^2+S_y^2\,dm+\int 2S_x\cdot x'\,dm+\int 2S_y\cdot y'\,dm+\int x'^2+y'^2\,dm$$

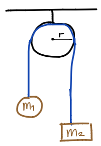
$$=D^2\int dm=MD^2,\quad 2S_x\underbrace{\int x'\,dm}_{=0},\quad 2S_y\underbrace{\int y'\,dm}_{=0},\quad I_{CM}$$

Ty CM

$D^2=S_x^2+S_y^2$

$I=MD^2+I_{CM}$

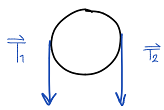
Verklig Atwoodmaskin



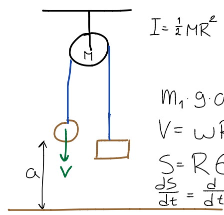
Rullning av trissan utan att snöret glider.

Om trissan ska kunna rulla måste $\vec{T}_1\neq\vec{T}_2$.

FBD



Om $m_1>m_2$



$I=\frac{1}{2}MR^2$

$m_1\cdot g\cdot a=m_2\cdot g\cdot a+\frac{1}{2}I\omega^2+\frac{1}{2}m_1\cdot v^2+\frac{1}{2}m_2 v^2$

$V=\omega R$

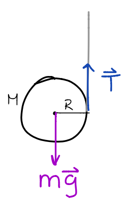
$S=R\theta$

$\frac{dS}{dt}=\frac{d}{dt}(R\theta)=R\frac{d\theta}{dt}=R\omega$

Enkel jo-jo - Hitta acc

Cylinder

$I=\frac{1}{2}MR^2$

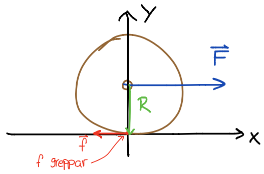


1) $\sum F^{ext}=ma \Rightarrow Mg-T=Ma_{cm}$

2) $\tau=T\cancel{R}=I\alpha=\frac{1}{2}M\cancel{R^2}\cdot\frac{a_{cm}}{\cancel{R}} \Rightarrow T=\frac{1}{2}M\cdot a_{CM}$

$\Big\}\ Mg-\frac{1}{2}Ma_{CM}=Ma_{CM} \Rightarrow a_{CM}=\frac{2}{3}g$

Trådrulle-föreläsning



$\vec{F} = F \cdot \hat{\imath}$ $F > 0$

$\vec{a}_{CM} = a_{CM} \cdot \hat{\imath}$ a_{CM} ?

$\vec{f} = f \cdot \hat{\imath}$ f ?

$\vec{R} = R(-\hat{\jmath})$ $R > 0$

$\vec{\alpha} = \alpha \cdot \hat{k}$ α ?

$\vec{T} = \vec{R} \times \vec{F} \Rightarrow \vec{\alpha}$ riktas längs med $\hat{k}$.

1) $\sum \vec{F}^{ext} = m \cdot \vec{a}_{CM} \Rightarrow F\hat{\imath} + f\hat{\imath} = Ma_{CM}\hat{\imath} \Rightarrow \underline{F + f = Ma_{CM}}$

2) $\sum \vec{T}^{ext} = I \cdot \vec{\alpha}$

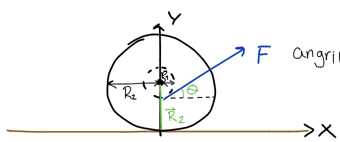
$\vec{T}_f = R(-\hat{\jmath}) \times f\hat{\imath} = Rf(-\hat{\jmath} \times \hat{\imath}) = Rf \cdot \hat{k}$

$Rf \cdot \hat{k} = \frac{1}{2} M \cdot R^2 \cdot \vec{\alpha} = \frac{1}{2} MR^2 \alpha \cdot \hat{k} \Rightarrow \underline{Rf = \frac{1}{2} MR^2 \alpha} \Rightarrow f = \frac{1}{2} MR^2 \cdot \frac{a_{cm}}{R} = \frac{1}{2} Ma_{CM}$

$$\left.\begin{array}{l} F + f = Ma_{CM} \\ f = -\frac{1}{2} a_{CM} \end{array}\right\} F - \frac{1}{2} a_{CM} = Ma_{CM} \Rightarrow F = \frac{3}{2} Ma_{CM} \Rightarrow a_{CM} = \frac{2F}{3M} \longrightarrow F > 0,\ M > 0 \Rightarrow a_{CM} > 0$$

Nu ritar vi in f!

Trådrulle



F angriper ⊥ mot ytan.

$\vec{f} = f \cdot \hat{\imath}$

$\underline{F \cdot \cos\theta + f = M \cdot a_{CM}}$

$\vec{R}_2 = R_2(-\hat{\jmath})$

$\vec{T}_F = R_1 F \hat{k}$ Om F fick verka ostört $\Rightarrow$ rotation moturs.

$\vec{T}_f = R_2(-\hat{\jmath}) \times f\hat{\imath} = R_2 f \cdot \hat{k}$

$\underline{R_1 F + R_2 f = I\alpha}$

Eliminera f!

$-F \cdot R_2 \cos\theta - R_2 \cdot f = -R_2 Ma_{CM}$

$\underline{F \cdot R_1 \qquad + f \cdot R_2 = I\alpha}$

$$\left.\begin{array}{l} FR_1 - FR_2 \cos\theta = I\alpha - R_2 Ma_{CM} \\ \qquad \alpha = \frac{-a_{CM}}{R} \end{array}\right\} F(R_1 - R_2 \cos\theta) = -a_{CM}\left(\frac{I}{R_2} + R_2 M\right) \Rightarrow a_{CM} = \frac{R_2 \cos\theta - R_1}{\frac{I}{R_2} + R_2 M} \cdot F$$

Nämnaren är skitträkig ty alltid >0. $\Rightarrow a_{CM}$

- >0 Om $R_2 \cos\theta > R_1$
- <0 Om $R_2 \cos\theta < R_1$

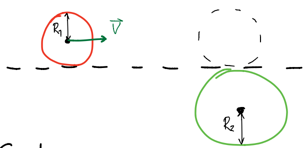
Puckon

$m_1 = 80\,g$ $R_1 = 4\,cm$ $V = 1.5\,\frac{m}{s}$

$m_2 = 120\,g$ $R_2 = 6\,cm$

Find

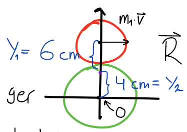
ω



Calc

L bevaras.

Var kommer den gemensamma tyngdpunkten vara?



m_2 ger inget bidrag ty vi räknar från O

$$\vec{R} = \frac{m_1(R_1+R_2)}{m_1+m_2} \cdot \hat{j} = 4cm\,\hat{j}$$

$L_i = L_f$

$L_f = I_{Tot} \cdot \omega$

$L_i = m_1 \cdot V \cdot Y_1 = Y_1 \cdot P_1$

I_{Tot} mha parallellteoremet

$I = I_{cm} + MD^2$

$I_1 = \frac{1}{2} m_1 R_1^2 + m_1 Y_1^2$

$I_2 = \frac{1}{2} m_2 R_2^2 + m_2 Y_2^2$

$I_{Tot} = I_1 + I_2$

$\omega = \frac{L_i}{I_{Tot}}$

Vilken hastighet har ekipaget?

Rörelsemängden bevaras. $\Rightarrow P_i = P_f$

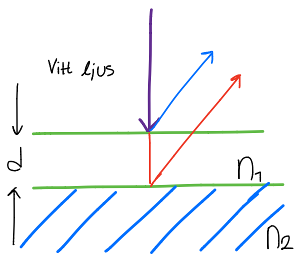
$$\left.\begin{array}{l} P_i = m_1 \cdot V_1 \\ P_f = (m_1+m_2)\,V_2 \end{array}\right\} \quad V_2 = \frac{m_1 V}{m_1+m_2}$$

Våguppgifter

I reflekterat ljus: max: $\lambda_1 = 700 \cdot 10^{-9}$ m
min: $\lambda_2 = 600 \cdot 10^{-9}$ m
Inga extremvärden, det finns inga max/min emellan.
$n_1 = 1.25$
$n_2 =$ glas $= 1.55$

Sökt
d

Calc



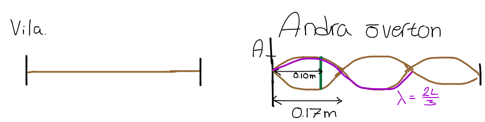
Båda strålarna reflekteras mot tätare medium. max: $m\lambda$
min: $(m+\frac{1}{2})\lambda$

$2n_1 d = m_1 \lambda_1$
$2n_1 d = (m_2 + \frac{1}{2})\lambda_2$
Att det inte finns några mellanliggande fransar => $m_1 = m_2$.
$m \cdot \lambda_1 = (m+\frac{1}{2})\lambda_2 \Rightarrow m = 3$
$2n_1 \cdot d = 3\lambda_1 \Rightarrow d = \frac{3\lambda_1}{2n_1} = 840 \cdot 10^{-9}$ m

Fiolsträng

Givet
$\ell = 0.5$ m
$m = 0.020$ kg
$T = 100$ N
5mm max

Sökt
a) frekvens för grön punkt
b) A för grön punkt
c) Acceleration för gp i vändläget.



Lösning

a) $V_f = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{T}{\frac{m}{\ell}}} = 50 \frac{m}{s}$
$V_f = f \cdot \lambda = f \cdot \frac{2L}{3} \Rightarrow f = \frac{V_f}{\frac{2L}{3}} = 150$ Hz

5mm

b) Stående våg: $y(x,t) = 2A \cdot \sin(kx) \cdot \cos(\omega t) = 5 \cdot \sin(kx) \cdot \cos(\omega t)$

$\left. \begin{array}{l} k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\frac{2L}{3}} \\ x = 0.10 \end{array} \right\}$ $kx = \frac{2\pi}{\frac{2L}{3}} \cdot x = 2\pi \cdot \frac{3x}{2L} = 2\pi \cdot \frac{3}{10}$ $\quad Y_{max}(x = 0.10\text{ m}) = 2A \cdot \sin(2\pi \frac{3}{10}) = 4.755$

c) $y(x,t) = 2A \cdot \sin(kx) \cdot \cos(\omega t)$
$V_p = \frac{dy}{dt} = -2A \cdot \omega \cdot \sin(kx) \cdot \sin(\omega t)$
$a_p = \frac{dV_p}{dt} = -2A\omega^2 \cdot \sin(kx) \cdot \cos(\omega t)$ $\Rightarrow$ $\left. \begin{array}{l} a_{pMax} = 2A \cdot \omega^2 \cdot \sin(kx) \\ 2A = 5\text{ mm} \\ \omega = 2\pi f = 300\pi \frac{rad}{s} \end{array} \right\}$ $4.2 \frac{km}{s^2}$

Gitter

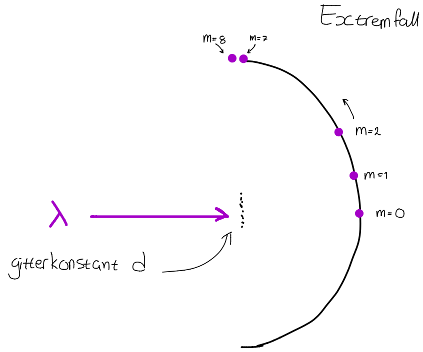
Givet

$\lambda = 654 \cdot 10^{-9}$ m

15 maximan

Sökt

Intervall för d



Extremfall: 8 är precis utanför och 7 ligger precis på kanten.

$$\left.\begin{aligned} d_1 \cdot \sin 90^\circ = 7\lambda &\Rightarrow d_1 = 7\lambda \\ d_2 \cdot \sin 90^\circ = 8\lambda &\Rightarrow d_2 = 8\lambda \end{aligned}\right\} \quad 4580 \cdot 10^{-9} \leqslant \lambda < 5270 \cdot 10^{-9}$$

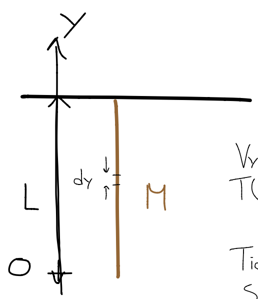
Rep hänger från tak

M=

L=

Sökt

Tid för en puls att gå längs L.



$$V_y = \sqrt{\frac{T(y)}{\mu}}, \quad \mu = \frac{M}{L}$$

$$T(y) = \frac{y}{L} \cdot M \cdot g$$

Tid för passage av sträckan dy.

$$S = V \cdot t \Rightarrow t = \frac{S}{V} \Rightarrow dt = \frac{dy}{V(y)} = \frac{dy}{\left(\frac{T(y)}{\mu}\right)^{1/2}} = \left(\frac{L \cdot \mu}{Mg}\right)^{-1/2} \cdot y^{-1/2} \cdot dy$$

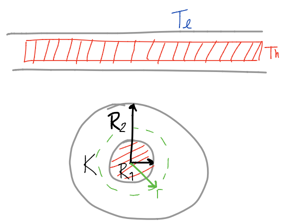
$$t = \int_0^L dt = \left(\frac{L\mu}{Mg}\right)^{-1/2} \int_0^L y^{-1/2}\, dy = \left(\frac{LM}{LMg}\right)^{-1/2} \int_0^L y^{-1/2}\, dy = g^{-1/2}\left[2y^{1/2}\right]_0^L = 2\sqrt{\frac{L}{g}}$$

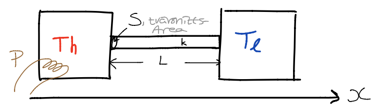
Infinitesimalkalkyl

Vi känner sedan tidigare: $x_f - x_i = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t$

$$\left.\begin{array}{l} dx = V \cdot dt \\ V = V_0 + at \end{array}\right\} dx = (V_0 + at)dt \Rightarrow \int_i^f dx = \int_i^f (V_0 + at)dt \Rightarrow x_f - x_i = \int_0^t V_0 \, dt + a \int_0^t t \, dt = x_f - x_i = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$$

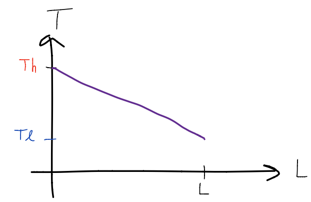
Värmeledning





$P = kS \frac{T_h - T_l}{L}$

$P = -kS \frac{dT}{dx}$



Hur mycket energi erfodras för att vidmakthålla temp vid r?

$P = -k \cdot 2\pi r L \cdot \frac{dT}{dr}$

Oavsett vilket r vi väljer är P konstant. Om r ökar måste således $\frac{dT}{dr}$ minska.

För att räkna ut P: $\frac{dr}{r} = -\frac{k2\pi L}{P} dT$

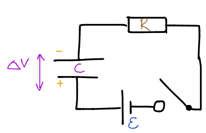
$$\int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = -\frac{k2\pi L}{P} \cdot \int_{T_h}^{T_l} dT$$

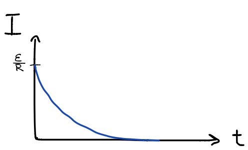
$$\ln \frac{R_2}{R_1} = -\frac{k2\pi L}{P} (T_l - T_h)$$

$$P = \frac{k2\pi L (T_h - T_l)}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

Att nämnaren är logaritmisk vittnar om att grad(T) inte är linjär.

Uppladdning av kondensatorer





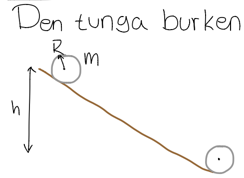
$$\left.\begin{array}{l} \Delta V + RI = \mathcal{E} \\ C = \frac{q}{\Delta V} \Rightarrow \Delta V = \frac{q}{C} \end{array}\right\} \frac{q}{C} + RI = \mathcal{E} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \mathcal{E} - \frac{q}{C} - RI = 0 \\ I = \frac{dq}{dt} \end{array}\right\} \mathcal{E} - \frac{q}{C} - R\frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dq}{C\mathcal{E} - q} = \frac{1}{RC} dt \Rightarrow$$

$$\int_0^q \frac{dq}{C\mathcal{E} - q} = \frac{1}{RC} \int_0^t dt \Rightarrow \ln \frac{q - C\mathcal{E}}{-C\mathcal{E}} = -\frac{1}{RC} t \Rightarrow q = C\mathcal{E}(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \Rightarrow q(t) = Q(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \Rightarrow I = \frac{dq}{dt} = \frac{C\mathcal{E}}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$C \cdot \mathcal{E} = Q$ (fulla laddningen)

Burkrace

Den tunga burken vinner, varför?



$mgh = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$

Rullning utan glidning $\Rightarrow \omega = \frac{v}{r}$

$mgh = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \frac{V^2}{R^2}$

$V^2 \frac{1}{2}\left(m + \frac{I}{R^2}\right) = mgh$

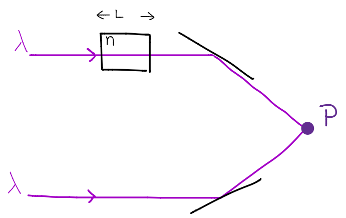
$V^2 = \frac{2mgh}{m + \frac{I}{R^2}} = \frac{2gh}{1 + \frac{I}{mR^2}}$ ← Större kvot => högre fart

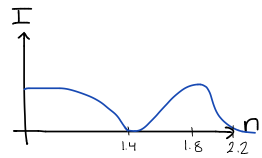
Tom burk: $I = m_1 R^2 \Rightarrow V^2 = \frac{2gh}{1 + \frac{m_1 R^2}{m_1 R^2}} = gh$

Full burk: $I = \frac{1}{2} m R^2 \Rightarrow V^2 = \frac{2gh}{1 + \frac{0.5 m_2 R^2}{m_2 R^2}} = \frac{4}{3} gh$

Ljusstudsar

Vid vilka värden på n får man nästa max och nästa min?





$L_{n_1} - L = (m+\frac{1}{2})\lambda$

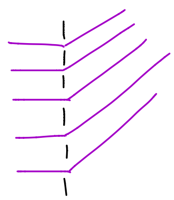
1a min: $L(1.4-1) = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \frac{\lambda}{L} = 2(1.4-1)$

Nästa max: $L(n-1) = \lambda$

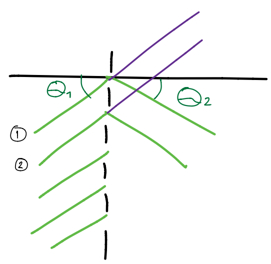
$n-1 = \frac{\lambda}{L} = 2\cdot 0.4 \Rightarrow n = 1+0.8 = 1.8$

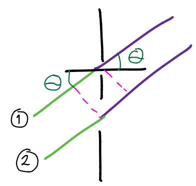
Nästa min: $L(n-1) = \frac{3}{2}\lambda \Rightarrow n = 2.2$

Gitter



$d \cdot \sin\theta = m\lambda$

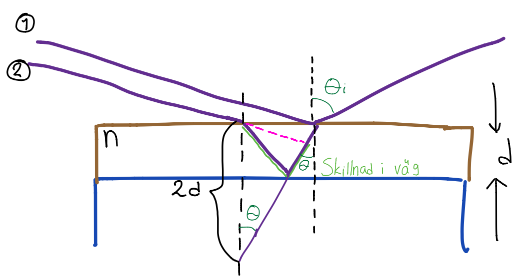




Allt handlar om vägskillnaden.
Oavsett när den uppkommer.

$\theta_2 < 30°$

Vattenpöl med oljefilm

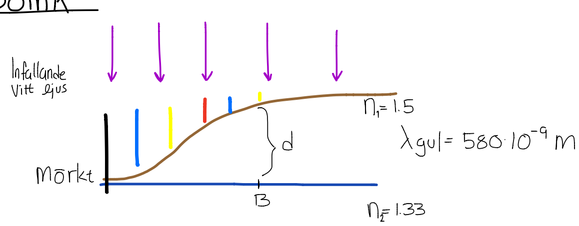


Optisk vägskillnad: $2nd\cdot\cos\theta$

Brytningslagen ger oss θ förutsatt att θ_i, n_1 och n_2 är kända.

Maximal styrka: $2nd\cos\theta = m\lambda_{observerad}$

Boink



Find

d

Calc

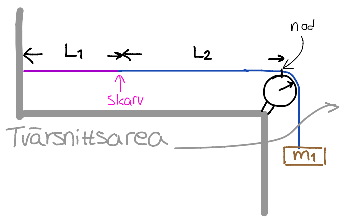
$n_1 > n_2 \Rightarrow$ en våg mot tätare medium

Vi söker d för konstruktiv interferens för gult ljus

m=1, ty andra minimum

$$2nd = (m+\frac{1}{2})\lambda_{gul} \Rightarrow d = \frac{(m+\frac{1}{2})\lambda_{gul}}{2n} = \frac{\frac{3}{2}\cdot 580\cdot 10^{-9}}{2\cdot 1.5} = 290 \text{ nm}$$

Stående vågor



Givet

$M = 10.0$ kg

$L_1 = 0.6$ m

$L_2 = 0.866$ m

$O = 1.0 \cdot 10^{-2}$ cm^2

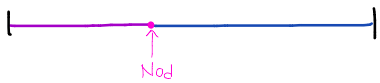
$\rho_{Alu} = 2600 \frac{kg}{m^3}$

$\rho_{Fe} = 7800 \frac{kg}{m^3}$

Find

f_{min} för nod mellan trådarna

Calc



$\rho_{Fe} = 3 \cdot \rho_{Alu} \Rightarrow V_{Alu} = \sqrt{3} \cdot V_{Fe}$

$\left.\begin{array}{l} L_1 = n_1 \cdot \frac{\lambda_{Alu}}{2} \\ \lambda = \frac{v}{f} \end{array}\right\} L_1 = n_1 \frac{V_{Alu}}{2f}$

På samma sätt finner vi: $L_2 = n_2 \frac{V_{Fe}}{2f}$ $\Big\}$ $\frac{L_1}{L_2} = \frac{\sqrt{3}\, n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{L_1}{\sqrt{3} \cdot L_2} = 0.4$

$n_2 = 2.5 \cdot n_1 \Rightarrow$ Möjliga kombinationer

n_1: 2 4

n_2: 5 10

Vi väljer de låga värdena.

$V_{Alu} = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{T}{\frac{M}{L}}} = \sqrt{\frac{T}{\frac{\rho \cdot A \cdot L}{L}}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 9.81}{2.6 \cdot 10^{-3}}}$

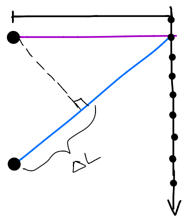
$f = \frac{V_{Alu}}{L_1}$

<u>Tentainfo</u>

- Granskning 20:00 i Linsen.
- Fuskpapper, Physics, räknare

Räkning

Interferens:



I vissa punkter fås interferens.

$\Delta L = m\lambda \Rightarrow$ maximum $\quad m = \pm 0, 1, 2, \dots$

$\Delta L = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow$ minimum

$\Delta L = (m+\frac{1}{2})\lambda \Rightarrow$ minimum

2013-12-20:1

<u>Givet</u>

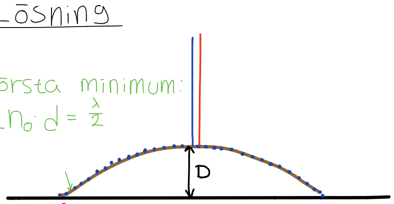
$\lambda_1 = 455$ nm $\Rightarrow$ 56 ringar

$\lambda_2 = 637$ nm $\Rightarrow$? ringar

<u>Lösning</u>

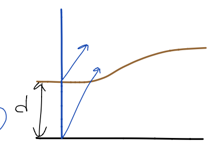
Första minimum:

$2n_0 \cdot d = \frac{\lambda}{2}$



Konstruktiv interferens när $d \approx 0$.

$d \approx 0$



$\underbrace{\text{Konstruktiv interferens}}$

Strålarna är i takt. Båda strålarna upplever ett fassprång $\Rightarrow$ båda strålarna reflekteras mot ett tätare medium.

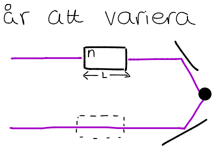
$$\left.\begin{aligned} 2n_0 D &= 56 \cdot \lambda_1 \\ 2n_0 D &= m \cdot \lambda_2 \end{aligned}\right\} m \cdot \lambda_2 = 56\lambda_1 \Rightarrow m = \frac{56\lambda_1}{\lambda_2} = 40$$

Om båda upplever samma sak: $2nd = m\lambda$: max

$2nd = (m+\frac{1}{2})\lambda$: min

Eriks uppgift

n går att variera



Hur får vi max i punkten?

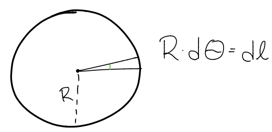
Skillnaden i optisk väg $= L \cdot n - L \cdot 1 = m\lambda$

Skillnaden i optisk väg för max $= m\lambda$ om båda strålarna upplever samma sak.

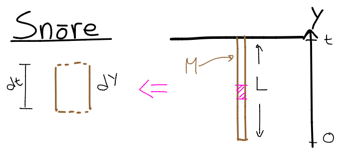
Infinitesimalkalkyl

Omkrets av en cirkel

$$\text{Omkrets} = \int d\ell = \int_0^{2\pi} R\,d\theta = R\int_0^{2\pi} d\theta = R \cdot 2\pi$$



Snöre



$V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

Det är tyngre ju längre ner vi är. Alltså kommer T vara olika och V beror alltså av y. $V(y) = \sqrt{\frac{T(y)}{\mu}}$

Lösning

$T_t = Mg$

$T(y) = y \cdot \mu \cdot g \Rightarrow V(y) = \sqrt{\frac{y \cdot \mu \cdot g}{\mu}} = \sqrt{y \cdot g}$

$dy = V(y) \cdot dt \quad (S = V \cdot t) \Rightarrow dt = \frac{dy}{V(y)} = \frac{1}{V(y)} \cdot dy = y^{-1/2} \cdot g^{-1/2} \cdot dy$

$\text{Totaltid} = \int_0^t dt = \frac{1}{\sqrt{g}} \int_0^L y^{-1/2} dy = \frac{1}{\sqrt{g}} \left[2 \cdot y^{1/2} \right]_0^L = 2\sqrt{\frac{L}{g}}$

Kretsprocesser

Givet

$Q_{ACB} = 80\text{ J}$

$W_{ACB} = 30\text{ J}$

$W_{ADB} = 10\text{ J}$

$W_{omg}\ B \rightsquigarrow A = 20\text{ J}$

$E_{int(A)} = 20\text{ J}$

$E_{int(D)} = 60\text{ J}$

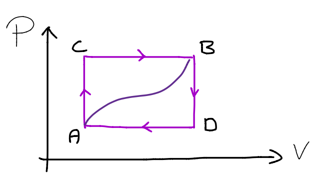
Sökt

a) Q_{ADB}

b) $Q_{BA\rightsquigarrow}$

c) Q_{AD}

d) e för process $A \rightsquigarrow B \rightarrow D \rightarrow A$



Lösning

a) $Q = \Delta E_{int} + W_{gas}$

$Q_{ACB} = 80 \Rightarrow \Delta E_{int\,(AB)} = 50\text{ J} \Rightarrow Q_{ADB} = W_{ADB} + \Delta E_{int\,(AB)} = 10 + 50 = 60\text{ J}$

b) $W_{omg\,(A \rightsquigarrow B)} = 20\text{ J} \Rightarrow W_{gas\,(A \rightsquigarrow B)} = -20\text{ J}$

$Q_{\underset{\rightsquigarrow}{BA}} = -50 - 20 = -70\text{ J}$

c) $W_{AD} = W_{ADB} = 10\text{ J}$ (ty någon av isobar & kor uträttar inget arbete)

d) $e = \frac{W_g}{Q_{in}} = \frac{20-10}{70} = \frac{1}{7} = 14\%$

2012-12: 1

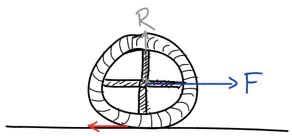
Givet

$m = 10$ kg

$F = 10$ N

$R = 0.3$ m

$a = 0.6\ \frac{m}{s^2}$



Sökt

a) $\vec{f}$

b) I

Lösning

a) Riktning på f är åt v.

$\sum F_x = ma \Rightarrow F - f = ma \Rightarrow f = F - ma = 10 - 6 = 4$

b) $\sum \vec{F}_i^{ext} = m\vec{a}_{CM}$ $\quad \tau = f \cdot R = I\alpha = I \cdot \frac{a}{R} \Rightarrow I = \frac{f \cdot R^2}{a} = \frac{4 \cdot 0.3^2}{0.6} = 0.6\ kgm^2$

$\sum \vec{\tau}_i = I\vec{\alpha}$

$a_{CM} = R \cdot \alpha$

$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

6

Givet

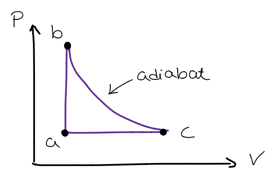
$n = 1$ mol

$V_b = 10$ liter

$P_b = 10$ atm

$V_c = 80$ liter

Enatomig



Sökt

e (termisk verkningsgrad)

Lösning

$PV = nRT$

Enatomig gas: $C_V = \frac{3}{2}R$, $C_P = \frac{5}{2}R \Rightarrow \gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{5}{3}$

$Q_{AB} = nC_V(T_b - T_a)$

$Q_{CA} = nC_P(T_a - T_c)$

$PV^\gamma = $ konst.

$e = \frac{\sum W_s}{\sum Q_{in}} = \frac{\sum Q}{\sum Q_{in}} = \frac{Q_{AB} + Q_{CA}}{Q_{AB}}$

T_b: $P_b V_b = nRT_b \Rightarrow T_b = \frac{P_b V_b}{nR} = \frac{10 \cdot 1.013 \cdot 10^5 \cdot 0.01}{1 \cdot 8.31} = 1219$ K

C: $\left.\begin{array}{l} PV^\gamma = \text{konst} \\ P = nRT\frac{1}{V} \end{array}\right\} nRT \cdot \frac{1}{V}^\gamma = \text{konst} \Rightarrow T \cdot V^{\gamma - 1} = \frac{\text{konst}}{nR} = C_2 \Rightarrow TV^{\gamma-1} = \text{konst} \Rightarrow T_b \cdot V_b^{2/3} = T_c \cdot V_c^{2/3} \Rightarrow T_c = T_b\left(\frac{V_b}{V_c}\right)^{2/3} =$

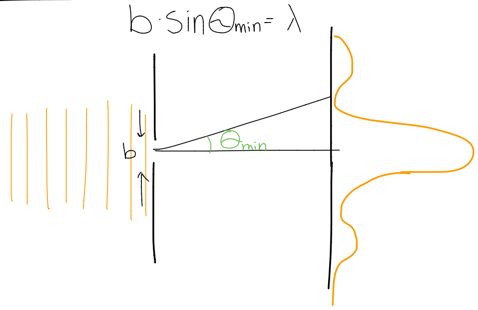
$1219\left(\frac{10}{80}\right)^{2/3} = 317$ K

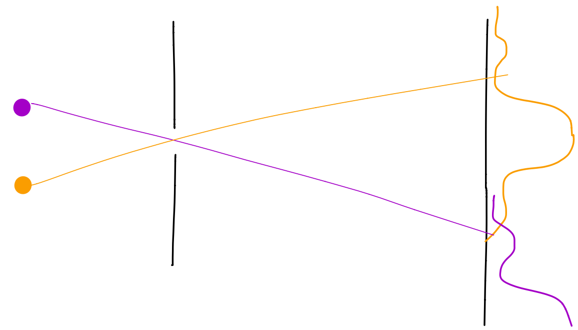
A: $\begin{array}{l} P_a V_a = nRT_a \\ P_a V_c = nRT_c \end{array} \Rightarrow T_a = \frac{1}{8}T_c$

$e = \frac{n\frac{3}{2}R(1219 - 39.5) + n\frac{5}{2}(39.5 - 317)R}{n\frac{3}{2}R(1219 - 39.5)} = 0.61$

Raleyigh

$$b \cdot \sin\Theta_{min} = \lambda$$





1. <u>Givet</u>

$r = (2.0t^3 - 5.0t)\cdot\hat{\imath} + (6.0 - 7.0t^4)\hat{\jmath}$

<u>Find</u>

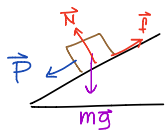
a

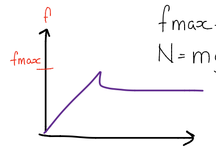
$\vec{a} = \frac{d^2r}{dt^2} = 12t\cdot\hat{\imath} - 84t^2\cdot\hat{\jmath}$

$t = 2 \Rightarrow \vec{a} = 24\hat{\imath} - 336\hat{\jmath}$

$|\vec{a}| = \sqrt{24^2 + 336^2} \approx 337 \frac{m}{s^2}$

2.



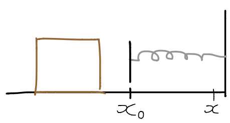


$f_{max} = \mu_s \cdot N$

$N = mg\cdot\cos(\theta) = 43.46$ N

$P + mg\sin(\theta) = (5 + 11.64)$ N ≈ 17 N

3.



$\Delta x = 0.075$ m

$k = 320 \ \frac{N}{m}$

$\mu_k = 0.25$

$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}k\Delta x + N\cdot\mu_k\cdot\Delta x \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{1.085} = 1.04 \ \frac{m}{s}$

4.

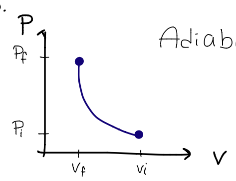
$Q_1 = m\cdot L_1$ (ångbildning) $= 0.51\cdot 879\cdot 10^3$

$Q_2 = m\cdot c\cdot\Delta T$ $= 0.51\cdot 2.73\cdot 10^3(78 - (-114))$

$Q_3 = mL_2$ (smält) $= 0.51\cdot 109\cdot 10^3$

$\Big\} \ Q = 742$ kJ

5.



Adiabat: $\Delta E_{int} = n\cdot C_v\cdot\Delta T$

$W_{gas} = -\Delta E_{int}$

$T_i = 300$ K

$P_i, V_i,$ känd

<u>Sökt</u>

ΔT

$PV = nRT \quad \Rightarrow n = 8.10$ J

$P_iV_i = nRT_i$
$P_fV_f = nRT_f$ $\Rightarrow$ Dividera med varandra $\Rightarrow T_f = T_i\,\frac{4\cdot 74.5}{200} = 446$ K

$W_{gas} = -8.10\cdot\frac{5}{2}\cdot 8.31(446 - 300) \Rightarrow 24.5\cdot 10^3$ J